חשמל וגלים לביולוגיה חישובית – פתרון תרגיל 9

1. נתונים שני סלילים בעלי השראות L_1 ו L_2.

א. אם שני הסלילים מחוברים בטור אז הזרם על שניהם זהה בכל זמן. המתח על כל סליל הוא $V_i = L_i \dot{I}$ והמתח הכולל הוא סכום המתחים, כלומר $V = (L_1 + L_2)\dot{I}$ ולכן ההשראות השקולה היא $L = L_1 + L_2$.

ב. אם שני הסלילים מחוברים במקביל אז המתח עליהם זהה ושווה למתח המקור, ומתקיים $V = L_i \dot{I}_i$. הזרם הכולל הוא $I = I_1 + I_2$, ולכן $\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2$ ואם נציב את הגדרת הזרם אז $\frac{V}{L} = \frac{V}{L_1} + \frac{V}{L_2}$, כלומר שההשראות השקולה מקיימת $\frac{1}{L} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}$.

2. מבין הפונקציות הבאות, מהי פונקצית גל ומה לא? נמקו.

א. $2x - 4t$ היא פונקצית גל, כי יש לה צורה ומהירות קבועה. צורתה הגל קו ישר ומהירות הגל 2 מטר לשניה.

ב. $\cos 2x - \cos 4t = 2\cos(x - 2t)\cos(x + 2t)$ ולכן זו מכפלה של 2 פונקציות גל ולא פונקצית גל בעצמה.

ג. $\arctan(2x - 4t)$ היא פונקצית גל שמהירותה 2 מטר לשניה וצורתה קבועה.

ד. $\sin(2x - 4t) + \sin(2x + 4t)$ היא סכום של 2 פונקציות גל שאחת זזה ימינה ואחת זזה שמאלה. טכנית זו לא פונקצית גל כמו שהגדרנו בכתה, אבל מצד שני היא כן פתרון חוקי למשוואת הגלים ולכן היא כן פונקצית גל.

ה. $\cos(2x - 4t) + \tan(x - 2t) - \ln(5x - 10t)$ היא פונקצית גל. כאן צורת הגל בכל זמן נשארת זהה. אפשר להתייחס לזה כאל 3 גלים שזזים יחדיו באותה מהירות.

3. מה מתארות פונקציות הגל הבאות?

א. $\sin(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)$ נקרא גל מישורי המתקדם בכוון $\vec{k}$. אם נחלק את וקטור המיקום לחלק מקביל ל- $\vec{k}$ ולחלק ניצב, אז המכפלה הסקלרית היא $\vec{k} \cdot \vec{r} = kr_{\parallel}$. כלומר בכל מישור שניצב ל- $\vec{k}$, ערך הפונקציה זהה. כיוון שלא מצוין בכמה ממדים מדובר אז גל כזה יכול לתאר אור של פנס, או גל ים או גל חד ממדי רגיל.

ב. $\frac{1}{r}\sin(kr - \omega t)$ נקרא גל כדורי מתפשט, כי בכל כדור ברדיוס r ערך הפונקציה זהה. גם כאן לא מצוין בכמה ממדים מדובר ולכן הפונקציה יכולה לתאר התפשטות של אור ממקור אור נקודתי, או התפשטות של גלים מאבן בבריכה או גל חד ממדי רגיל.