

אסטרופיזיקה וקוסמולוגיה 2012/3 – תרגיל 9

1. נגדיר שני מרחקים בצורה הבאה: $d_p = a_0 \frac{r}{\sqrt{1-kr^2}}$ (parallax distance), $d_M = a_0 r$ (proper motion distance). חשבו אותם עד סדר שני ב Z . מה המשמעות הפיזיקלית של מרחקים אלו?
 2. הראו שתחת הקירוב של סדר שני, מספר הגופים מסוג מסויים עד הסחה Z , נתון ע"י: $\log(N) = 3 \log z - 0.651(1 + q_0)z + const$ וזאת תחת ההנחה שהגופים לא נוצרים ולא נהרסים.
 3. פתרון משוואות פרידמן עם $\Lambda = 0$
 - א. רשמו את משוואות פרידמן בצורה: $\dot{a}^2 - 2 \frac{\dot{a}^*}{a} = -k$, $a^* = \frac{4\pi}{3} \rho_{m,0} a^3$. מהו הפתרון עבור $a(t)$ במקרה $k = 0$?
 - ב. מהו הפתרון האימפוטטי בזמנים מוקדמים, כאשר a קטן (עבור k כלשהו)?
 - ג. עבור $k = -1$, מהו הפתרון בגבול בו a גדול?
 - ד. מהו הפתרון הכללי עבור $k = \pm 1$?

רמז: הגדירו תחילה זמן קונפורמי: $d\eta = \frac{dt}{a(t)}$. אח"כ הראו כי $ka = a^*$ ושלמשוואה זו פתרונות: $a = ka^*(1 - C_k(\eta))$; עבור $k = -1$ $C_k(\eta) = \cosh(\eta)$ ועבור $k = 1$ $C_k(\eta) = \cos(\eta)$. לא ניתן יהיה למצוא פתרון ל $a(t)$, אלא רק פתרון סתום $a(\eta)$ ו $t(\eta)$.

 - ה. הראו שבגבול $1 \ll \eta$, מתקבל הפתרון של סעיף ב ובגבול $1 \gg \eta$ מתקבל הפתרון של סעיף ג.
 - ו. ציירו באופן איכותי את הפתרון ל $a(t)$ לשלושת ערכי k השונים. עבור $k = 1$ מהם t ו η של ה *big crunch*?
 - ז. רשמו את המשוואה המתארת את $a(t)$ בגבול של יקום נשלט קרינה. מהו הפתרון עבור $k=0$?
 - ח. הוסיפו את הקבוע הקוסמולוגי למשוואה הראשונה (יקום נשלט חומר), דהינו $\frac{\Lambda a^2}{3}$. מהו הפתרון עבור זמנים ארוכים?
4. נתונה מערכת כוכבים בינארית. הכוכבים נעים במסלול מעגלי זה סביב זה עם מרחק של 10^{11} cm בין מרכזיהם. הכוכב הראשון ממלא את אונת הרוש שלו, ומעביר מסה לבן זוג בקצב של $\dot{M} = 10^{-7} \frac{M_\odot}{\text{year}}$. בן הזוג הוא ננס לבן בעל מסת שמש אחת והוא מסתובב לאט. העריכו כיצד יראה ספקטרום הפליטה של דיסקת הספיחה ושכבת הגבול. (רמז: מהם שלושת תחומי אורכי הגל בהם הספקטרום שונה? מה סך כל הפליטה?). באיזה תחום אורכי גל מירב הפליטה?