

אסטרופיזיקה וקוסמולוגיה 2012/3 – תרגיל 3

1. מצאו את המסה של כוכב עשוי מימן בו לחץ הקרינה הוא מאותו סדר גודל של לחץ הגז. בטאו את התשובה כפונקציה של גדלים פיזיקליים יסודיים בלבד (\hbar, c, G, m_e, m_p). העריכו מספרית את התוצאה שקיבלתם.
2. משוואת Lane-Emden מתארת כוכבים פוליטרופים בשיווי משקל הידרוסטאטי. המשוואה פתירה באופן אנליטי רק עבור $n=0,1,5$. מצאו פתרון אנליטי עבור $n=0$ והשתמשו בו כדי לחשב את המסה והרדיוס של הכוכב כפונקציה של λ . K I
3. הראו כי את משוואת שיווי המשקל ההידרוסטאטי ניתן לרשום גם באופן: $\frac{dp}{d\tau} = \frac{g}{\kappa_\nu}$ (כאשר $\tau(z) = \int_z^\infty \rho \kappa_\nu dz'$ הוא העומק האופטי ו κ_ν האטימות הממוצעת ליחידת מסה). הראו שבמסגרת הקירוב בו g קבוע, מקבלים פתרון אקספוננציאלי של הלחץ. פתרון זה משמש לבניית מודלים של אטמוספרות בכוכבים.
4. הראו כי ניתן לרשום את משוואת שיווי המשקל ההידרוסטאטי באופן נוסף: $\frac{dp}{dM_r} = -\frac{GM_r}{4\pi r^4}$ (כאשר M_r היא המסה הסגורה בספרה ברדיוס r). בצעו אינטגרציה על צורה זו של המשוואה על מנת לקבל חסם תחתון ריגורוזי על הלחץ במרכזם של כוכבים: $P_c > \frac{GM^2}{8\pi R^4}$. העריכו את הגודל מימין עבור השמש.
5. חשבו את האנרגיה הגרביטציונית של כוכב בעל צפיפות אחידה במסה M וברדיוס R .
6. בהינתן שלשמש: $M_\odot = 2 * 10^{33}$ gram, $R_\odot = 7 * 10^{10}$ cm, $L_\odot = 3.9 * 10^{33} \frac{erg}{sec}$, העריכו את האנרגיה הגרביטציונית של השמש ואת הזמן שייקח לה להתכווץ מרדיוס R לרדיוס $\frac{R}{2}$ (בהנחה שעוצמת ההארה לא משתנה עם הזמן). הזמן שקיבלתם הוא זמן החיים האופייני של השמש במודל של קלווין-הלמהולץ. התוצאה לא מתיישבת עם מדידות גיאולוגיות של גיל מערכת השמש. מה ניתן ללמוד ממנה?
7. נתון כוכב עם טמפרטורה אחידה. השתמשו במשוואת המצב ובמשוואה ההידרוסטאטית על מנת להראות שעבור כוכב זה: $\rho \propto r^{-2}$. מהי המסה המצטברת כפונקציה של הרדיוס? מה המשמעות הפיזיקאלית של התוצאה?