

## אסטרופיזיקה וקוסמולוגיה 2012/3 – תרגיל 10

1. ה comoving distance של פוטון שנפלט ב  $t_e$  ונצפה ב  $t$  הוא  $u = \int_{t_e}^t \frac{dt'}{a(t')}$ .
- א. הניחו התפשטות חזקתית  $a \propto t^\alpha$  עבור  $0 < \alpha < 1$  ו  $(\Lambda = 0)$ . הראו שקיים אופק, דהינו כאשר  $t_e \rightarrow 0$ , המרחק  $u$  שעבר הפוטון הוא פחות ממרחק מקסימלי סופי שנסמן כ  $u_h(t)$ .
- ב. רשמו ביטוי ל  $r_h(t)$  עבור המקרים  $k = 0, +1, -1$  (אפשר להשתמש בתוצאות ל  $t(\eta)$  מתרגיל 10).
- ג. הניחו  $k=0$  וחשבו את  $u_h(t)$  ביקום נשלט חומר ונשלט קרינה ( $\Lambda = 0$ ).
- ד. הראו שבשני המקרים  $r_h \propto t$  (כפי שניתן לצפות מהאינטואיציה הנאיבית  $r_h \propto ct$ ).
2. קרינת הרקע הקוסמית (CMB) היא קרינה תרמית וכמעט אחידה הממלאת את כל הייקום ושמקורה בריקומבינציה.
- א. הראו שספקטרום של גוף שחור בטמפרטורה  $T$  נשאר גוף שחור בעקבות התפשטות הייקום ומצאו את הטמפרטורה האפקטיבית כתלות במקדם ההתפשטות. (הנחיה – הסתכלו על התפלגות פלנק והראו שהיא נשמרת תחת טרנספורמציה שבה התדירות משתנה באופן לינארי).
- ב. השתמשו בכך שהטמפרטורה של קרינת הרקע היום היא  $2.725 \text{ } ^\circ\text{K}$ , ומצאו את הצפיפות המספרית של הפוטונים כיום.
- רמז:**  $\int \frac{x^2}{e^x - 1} dx \cong 2.404$  ש בכך ש
- ג. ממדידות של דויטריום ניתן להסיק כי היחס בין מספר הבריונים לפוטונים הוא:  $\eta = 5.5 * 10^{-10}$ . מהי הצפיפות המספרית של הבריונים היום?
- ד. בהנחה שערכו של קבוע האבל היום הוא  $H_0 = 70 \frac{\text{km}}{\text{sec Mpc}}$  מצאו את  $\Omega_b$  (b מסמן כאן בריונים).
3. העומק האופטי של היקום לפוטון שנפלט ב  $t_e$  ונצפה ב  $t$  הוא:  $\tau = \int_{t_e}^t n(t) \sigma_T c dt'$  כאשר
- א.  $\sigma_T = 6.6 * 10^{-24} \text{ cm}^2$  ו  $n(t)$  צפיפות הפוטונים בזמן  $t$ .
- ב. חשבו את  $\frac{dt}{dz}$  עבור מודל קוסמולוגי המכיל רק חומר בריוני מיון.
- ג. חשבו את  $n(z)$  עבור אותו המודל והציגו את התוצאה באמצעות הצפיפות הקריטית.
- ד. השתמשו בשני הסעיפים הקודמים על מנת לקבל ש:  $\tau(z) = \frac{\rho_c \Omega_0 \sigma_T c}{m_p H_0} \int_0^z \frac{1+z}{\sqrt{1+\Omega_0 z}} dz$ .
- ה. מצאו (נומריית) את ההסחה  $z$  עבורה  $\tau(z) = 1$  כאשר  $\Omega_0 = 1, H_0 = 70 \frac{\text{km}}{\text{sec Mpc}}$ .
4. מצאו את המסה הכלואה בכדור שרדיוסו הוא האופק עבור מודל קוסמולוגי עם:  $\Omega_m = 0.3, \Omega_\Lambda = 0.7$  ו  $H_0 = 70 \frac{\text{km}}{\text{sec Mpc}}$  עבור המקרים הבאים:
- א.  $t = 1.37 * 10^{10} \text{ years}$
- ב.  $t = 377,000 \text{ years}$  (recombination)
- ג.  $t = 3 \text{ minutes}$  (nucleosynthesis)