

התקציר תרמוגרעינארי בכוכבים (Thermonuclear Reactions)

האל: פתקים: \* מילום קצב התקציר הגרעינארי:

- ביטוי לתצפית - "מילום" - התפלגות הקטן
- Gamow Peak

\* תרופת "לתמונת הכוכבים" - מילום

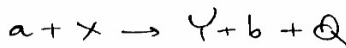
- התקציר הפונרטי
- התקציר בכוכבי מילום

\* תרופות בכוכבים:  
 PP chain  
 CNO cycle  
 He burning  
 ... וכו'.

<http://www.phys.huji.ac.il/~shaviv> → click on: "for students"

חומר נוסף:

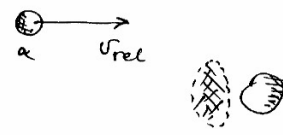
קצב התקציר הגרעינארי:



קצב התקציר:

$$\sigma(v) = \frac{\left( \frac{\text{מספר אטומים של } x \text{ ו-} a}{\text{מסה של } x \text{ ו-} a} \right)}{\left( \frac{\text{מסה של } x \text{ ו-} a}{\text{מסה של } x \text{ ו-} a} \right)}$$

התקציר הגרעינארי מתרחש כאשר -



שטח אפקטיבי רלוונטי

$\int_0^\infty n_a n_x \sigma(v) \phi(v) v dv$  - קצב התקציר

$$R_{ax} = \frac{n_a n_x}{(1 + \delta_{ax})} \int_0^\infty \sigma(v) \phi(v) v dv \approx \frac{1}{(1 + \delta_{ax})} \frac{\rho^2 N_A^2 X_a X_x}{A_a A_x} \langle \sigma v \rangle$$

צפיפות האטומים של  $a, x$  - ההתפלגות (המילום) של  $v$  - קצב התקציר

מילום מילום

התפלגות -  $\frac{1}{1 + \delta_{ax}}$  מילום  
 קצב התקציר בכוכבים  $\propto \frac{1}{2} n_x^2$  - מילום

- התפלגות  $\phi(v)$  (M.B. התפלגות מילום)

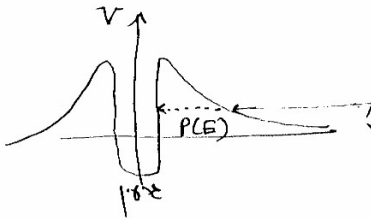
$$\phi(v) dv = 4\pi v^2 \left( \frac{\mu}{2\pi kT} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{\mu v^2}{2kT}\right) dv$$

(Reduced mass)  $\mu = \frac{M_a M_x}{M_a + M_x}$

אם כותבים  $E = \mu v^2 / 2$  ונצטרך להסביר את  $\langle \sigma v \rangle$

$$\langle \sigma v \rangle = \left( \frac{8}{\pi \mu} \right)^{1/2} \left( \frac{1}{kT} \right)^{3/2} \int_0^\infty \sigma(E) E e^{-E/kT} dE$$

חתך הפעולה  $\sigma(E)$ :

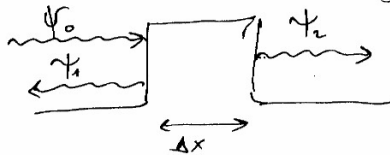


חתך הפעולה לפי אנליזה:

1. סיבוי החומר & מטאם הפוטנציאל (החומר).

2. חתך הפעולה "הקלאסי" של אטום הפיסקה המעניין (האטום).

נסתכל על מטאם פוטנציאל:



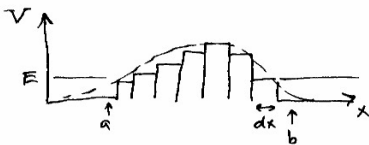
כמות חומר המגיעה (אין בקרה):

$$P = \frac{|\psi_2|^2}{|\psi_0|^2} \approx \exp(-2\lambda \Delta x)$$

$$\lambda^2 \equiv \frac{2m}{\hbar^2} (V - E)$$

כאן:

הקיום נכון עבור  $\lambda \gg \dots$ . אם  $\lambda$  קטן מדי אז נצטרך להשתמש במודל הקלאסי, וזוהי הנקודה הנכונה של  $V - E$ , וזהו חתך הפעולה הקלאסי.



$$P \approx \exp\left(-\int_a^b \lambda(x) dx\right)$$

אם נסתכל על הקרה (WKB) ונראה שהיא קלאסית (classical turning point)  $\rightarrow R_{c.t.}$

$$-2 \int \lambda(x) dx = - \int_{r_{in}}^{R_{c.t.}} \sqrt{\frac{2\mu}{\hbar^2} \left( \frac{Z_a Z_x e^2}{R} - E \right)} =$$

$$= -2 \sqrt{\frac{2\mu}{\hbar^2}} Z_a Z_x e^2 \int_{r_{in}}^{R_{c.T.}} \left( \frac{1}{R} - \frac{1}{R_{c.T.}} \right)^{1/2} dx$$

$$= \underbrace{R_{c.T.}^{1/2}}_{r_{in}/R_{c.T.}} \int_1^{\infty} (1/k - 1)^{1/2}$$

for  $\frac{r_{in}}{R_{c.T.}} \rightarrow 0 \quad \int = \pi/2$

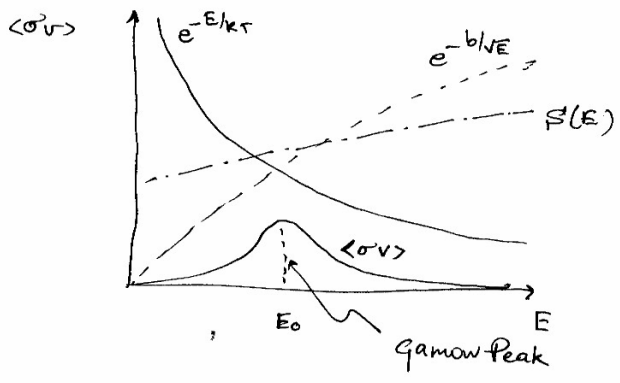
$$\Rightarrow \frac{\sqrt{2\mu} \pi Z_a Z_x e^2}{\hbar \sqrt{E}} \equiv -\frac{b}{\sqrt{E}}$$

הגודל הזה הוא  $b$  ונקראת "הגודל הבלתי-אמפרי"

$$\sigma(v) = \underbrace{\frac{S(E)}{E}}_{S \text{ המצוי}} \exp(-b/\sqrt{E})$$

$S(E)$  הוא "הגודל הבלתי-אמפרי" המכונה "הגודל הבלתי-אמפרי" והוא תלוי ב- $E$  ונקראת "הגודל הבלתי-אמפרי".

$$\langle \sigma \rangle = \left( \frac{8}{\mu \pi} \right)^{1/2} \frac{1}{(kT)^{3/2}} \int_0^{\infty} S(E) e^{-E/kT - b/\sqrt{E}} dE$$



"הגודל הבלתי-אמפרי" המכונה "הגודל הבלתי-אמפרי"

$$\frac{d}{dE} \left[ \frac{E}{kT} + \frac{b}{\sqrt{E}} \right] \Big|_{E_0} = 0$$

Gamow Peak →

$$\frac{1}{kT} - \frac{b}{2E^{3/2}} = 0 \quad \rightarrow \quad E_0 = \left( \frac{bkT}{2} \right)^{2/3} = 1.2 \left( Z_a Z_x A_{red} T_c^2 \right)^{1/3} \text{ keV}$$

התקופה הזו נקראת "הגודל הבלתי-אמפרי"

הוא  $E_0 > kT$  - זהו הגודל הבלתי-אמפרי המכונה "הגודל הבלתי-אמפרי" והוא תלוי ב- $E$  ונקראת "הגודל הבלתי-אמפרי".

אם  $E > E_0$  אז  $f(E) \approx f(E_0)$

$$I = \int S(E) e^{-f(E)} dE$$

אם  $E > E_0$  אז  $f(E) \approx f(E_0)$

אם  $E < E_0$  אז  $f(E) \approx f(E_0) + (E - E_0) \cdot \frac{1}{2} \left( \frac{\partial^2 f}{\partial E^2} \right) \Big|_{E_0}$

$$f(E) \approx f(E_0) + (E - E_0) \cdot \frac{1}{2} \left( \frac{\partial^2 f}{\partial E^2} \right) \Big|_{E_0} \equiv 1/\sigma^2$$

$$I \approx e^{-f(E_0)} S(E_0) \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{(E-E_0)^2}{2\sigma^2}\right) dE = \sqrt{2\pi} \sigma S(E_0) e^{-f(E_0)}$$

$$\sigma = \frac{2}{3} (E_0 kT)^{1/2} \ll E_0$$

אם  $E > E_0$  אז  $f(E) \approx f(E_0)$

$$\tau_{ax} = \frac{n_a n_x}{A_{red} Z_a Z_x} \approx \mu/m_H \quad \tau \approx 42.5 \left( \frac{Z_a Z_x A_{red}}{T_6} \right)^{1/3}$$

אם  $E > E_0$  אז  $f(E) \approx f(E_0)$

אם  $E > E_0$  אז  $f(E) \approx f(E_0)$

אם  $E > E_0$  אז  $f(E) \approx f(E_0)$

אם  $E > E_0$  אז  $f(E) \approx f(E_0)$

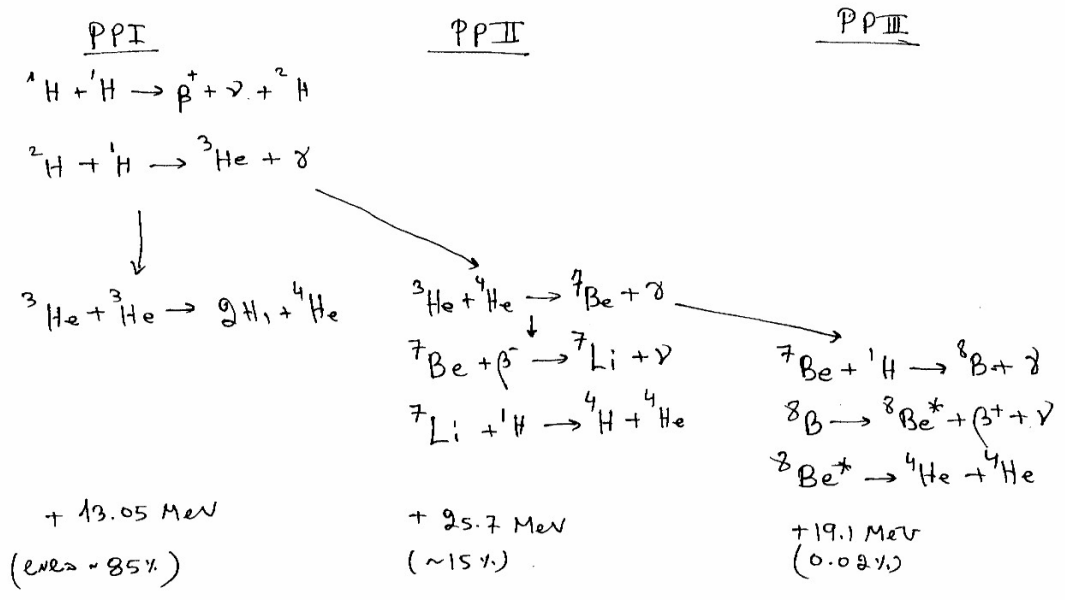
אם  $E > E_0$  אז  $f(E) \approx f(E_0)$

אם  $E > E_0$  אז  $f(E) \approx f(E_0)$

( $T_c \leq 20$  מיליון קלווין) PP chain  
 ( $T_c \geq 20$  מיליון קלווין) CNO cycle

התהליכים הללו (4P →  $^4\text{He}$ ) אינם יעילים במיוחד

PP chain (התהליכים הללו יעילים)



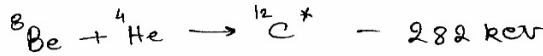
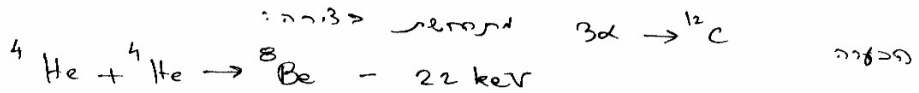
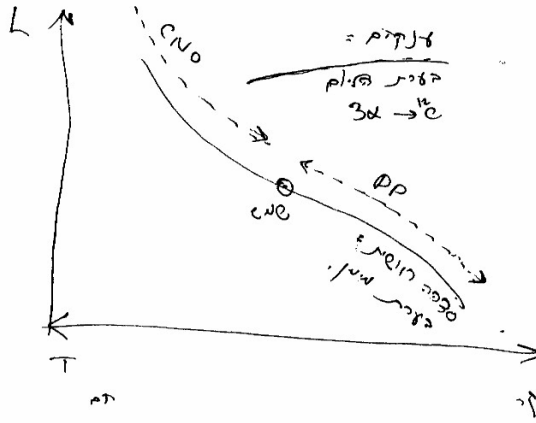
התהליכים הללו אינם יעילים במיוחד (CNO cycle) והתהליכים הללו יעילים במיוחד

**ii) CN cycle**

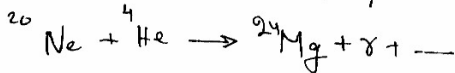
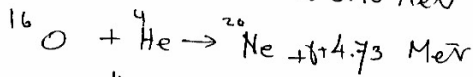
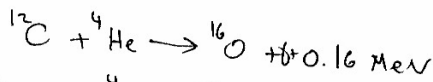
$^{12}\text{C} (p, \gamma) ^{13}\text{N}$			
$^{13}\text{N} \rightarrow ^{13}\text{C} + \beta^+ + \nu$			
$^{13}\text{C} (p, \gamma) ^{14}\text{N}$			
$^{14}\text{N} (p, \gamma) ^{15}\text{O}$	$^{14}\text{N} (p, \gamma) ^{15}\text{O}$		
$^{15}\text{O} \rightarrow ^{15}\text{N} + \beta^+ + \nu$	$^{15}\text{O} \rightarrow ^{15}\text{N} + \beta^+ + \nu$		
$^{15}\text{N} (p, \alpha) ^{12}\text{C}$	$^{15}\text{N} (p, \gamma) ^{16}\text{O}$	$^{15}\text{N} (p, \gamma) ^{16}\text{O}$	
	$^{16}\text{O} (p, \gamma) ^{17}\text{F}$	$^{16}\text{O} (p, \gamma) ^{17}\text{F}$	$^{16}\text{O} (p, \gamma) ^{17}\text{F}$
	$^{17}\text{F} \rightarrow ^{17}\text{O} + \beta^+ + \nu$	$^{17}\text{F} \rightarrow ^{17}\text{O} + \beta^+ + \nu$	$^{17}\text{F} \rightarrow ^{17}\text{O} + \beta^+ + \nu$
	$^{17}\text{O} (p, \alpha) ^{14}\text{N}$	$^{17}\text{O} (p, \gamma) ^{18}\text{F}$	$^{17}\text{O} (p, \gamma) ^{18}\text{F}$
		$^{18}\text{F} \rightarrow ^{18}\text{O} + \beta^+ + \nu$	$^{18}\text{F} \rightarrow ^{18}\text{O} + \beta^+ + \nu$
		$^{18}\text{O} (p, \alpha) ^{15}\text{N}$	$^{18}\text{O} (p, \gamma) ^{19}\text{F}$
			$^{19}\text{F} (p, \alpha) ^{16}\text{O}$
CN	CNO	NO	OF

→ 6

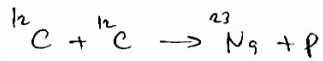
ישוה H-R → G אפיקוואל



התפלגות אלפא היא התפלגות רדיואקטיבית של  ${}^8\text{Be}$  (שמשך חיים של  $10^{-16}$  שניות) ל- ${}^{12}\text{C}$  ו- $2\gamma$ . תהליך זה מתרחש במהלך תהליך ה-3 $\alpha$  והוא אחראי לייצור  ${}^{12}\text{C}$  בכוכבים.

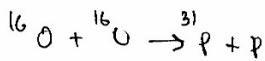


⋮

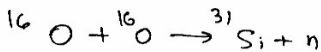
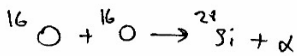


התפלגות אלפא

$$T_9 \sim 0.5 - 1$$



$$T_9 > 1$$



$\text{Si} \rightarrow \dots$  תהליך  
התפלגות אלפא  
התפלגות בטווח טמפרטורה גבוהה יותר

$$T_9 > 3$$