הגדרות וגדלים שימושיים באסטרונומיה:

מרחק כדו"א מהשמש (חצי ציר ראשי) מוגדר כיחידה אסטרונומית:

$1\ AU = 1.49597871 \times 10^{13}\ cm$

מסת השמש:

$M_{\odot} = 1.9891 \times 10^{33}\ gr$

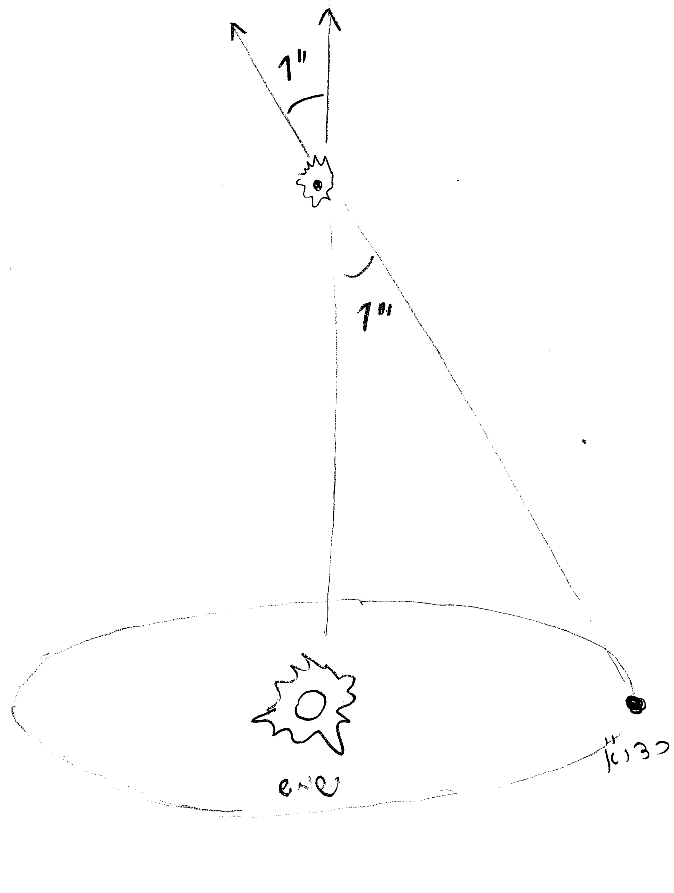
עוצמת ההארה של השמש:

$L_{\odot} = 3.939 \times 10^{33}\ erg/sec$

פרסק (parsec) - הוא המרחק שגוף צריך להיות כדי שה"פרלקסה", דהיינו, שתנועת הגוף יחסית לכוכב הרקע במהלך שנה תהיה אליפסה בקוטר ראשי של 2" (שתי שניות קשת $1'' = \frac{1}{60}\underbrace{1'}_{\text{דקת קשת}} = \frac{1}{3600}1^{\circ}$)

$1\ pc = 3.08567758 \times 10^{18}\ cm$
$= 3.2616$ light year

לכן, 1AU במרחק של 1pc יוצרת זווית פתיחה של 1".



Apparent Bolometric Magnitude מגניטודה נראית בולומטרית

הקרינה המגיעה מכוכב מאופיינת ע"י שטף הקרינה ליח' אורך גל f_λ (אנרגיה ליח' שטח ליח' זמן ליח' אורך גל). השטף הכולל (אנרגיה ליח' שטח ליח' זמן) יהיה:

$$f = \int_0^\infty f_\lambda \, d\lambda$$

המגניטודה הנראית מוגדרת ע"י השוואה לשטף סטנדרטי f_0 המתקבל מהכוכב וֶגָה - Vega, בצורה:

$$m_1 - m_0 = -2.5 \log_{10} \frac{f_1}{f_0}$$

אם f_0 הוא השטף של וגה אזי $m_0 \equiv 0$. הפקטור -2.5 מופיע כדי שהמגניטודות יתאימו בקירוב להגדרה של היוונים הקדמונים - סקלה לוגריתמית בין 0 לוגה ועד 6 עבור הכוכבים העמומים ביותר שניתן לראות בעין בלתי מזוינת.

$$f_0 = 2.48 \times 10^{-5} \text{ erg cm}^{-2} \text{s}^{-1}$$

Apparent magnitude — מגניטודה נראית (דרך פילטר)

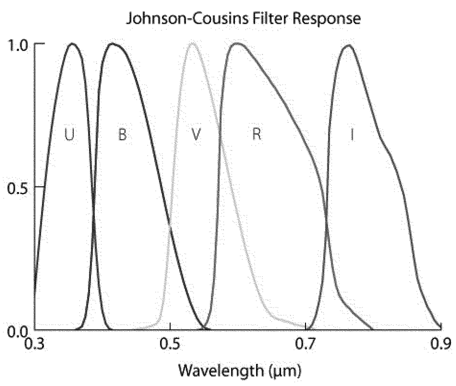
במציאות קשה למדוד את השטף הכולל (בכל אורכי הגל). בשמש, לדוגמא, חצי מהקרינה היא באינפרא-אדום. למעשה, המדידות תמיד נעשות דרך פילטר (לדוגמא, לעין רגישות בתחום הנקרא "התחום הנראה" באופן לא מפתיע).

השטף דרך פילטר A:

$$f_A \equiv \int_{\lambda=0}^{\infty} \underbrace{F_A(\lambda)}_{\text{פונקצית ההעברה של הפילטר}} f_\lambda \, d\lambda$$

בצורה דומה להגדרת המגניטודה הבולומטרית הנראית, מגדירים גם מגניטודה נראית דרך פילטר A (ולרוב לא אומרים "דרך פילטר", אבל מתכוונים). ההגדרה דומה להגדרה הבולומטרית, כלומר, דרך השוואה למגניטודה הנראית של הכוכב וגה.

$$m_{A,1} - m_{A,0} = -2.5 \log_{10} \frac{f_{A,1}}{f_{A,0}}$$



- U - אולטרה סגול
- B - "כחול"
- V - "נראה" (קרוב לעין)
- R - "אדום"
- I - אינפרא אדום קרוב
- J
- H
- ⋮

בכל פילטר הנירמול הוא שונה. למשל, שיא העברה של פילטר U הוא ב-360nm ומתקבל $m_U=0$ אם בתדר זה שטף הקרינה הוא:

$$f_{U,0,\underset{360\,nm}{\lambda_{max}}} = 1.81\times10^{-20}\ \mathrm{erg\ cm^{-2}\ s^{-1}\ Hz^{-1}}$$

עבור V המקסימום הוא ב- 550nm והנירמול בתדר זה הוא:

$$f_{V,0,\underset{550\,nm}{\lambda_{max}}} = 3.64\times10^{-20}\ \mathrm{erg\ cm^{-2}\ sec^{-1}\ Hz^{-1}}$$

עוד נירמולים ניתן למצוא ב-
http://en.wikipedia.org/wiki/Apparent_Magnitude

תיקון בולומטרי — Bolometric Correction

התיקון הבולומטרי נותן את המגניטודה הבולומטרית מתוך הנראית (למשל דרך פילטר V):

$$BC \equiv m_{Bol} - m_V$$

התיקון הבולומטרי תלוי כמובן בהתפלגות הספקטרלית של הגוף.

מגניטודה אבסולוטית — Absolute magnitude

המגניטודה האבסולוטית היא המגניטודה שהייתה לגוף אילו היה במרחק של 10pc.

$$M_V = m_V + 5\log_{10}\frac{d}{10pc}$$

הפקטור 5 מופיע כי $f \propto d^{-2}$ כך שה- 2- יוצא מהלוג.

אפשר להגדיר M_{bol} ו- M_A דרך פילטר A כלשהו.

עבור השמש: $M_{bol,\odot} = 4.75$ $M_{V,\odot} = 4.82$

$$BC = M_{bol,\odot} - M_{V,\odot} = -0.07$$

עבור כוכב כחול מסוג O (הגדרה בהמשך), התיקון הבולומטרי יכול להגיע אפילו -4.0. ואילו עבור M, -1.3.
הסיבה שהתיקון הבולומטרי של השמש קטן היא שהשמש פולטת בעיקר באור הנראה. זו הסיבה שתחום הנראה הוגדר כך! עבור כוכבים כחולים או אדומים מאוד עיקר הפליטה בתחום רחוק יותר.

טמפרטורה אפקטיבית: Effective temperature

כמעט תמיד, הקרינה המגיעה מגוף אסטרופיסיקלי אינה מגיעה כולה ממשטח בטמפרטורה אחידה T ולכן הספקט' לא תהיה זו של גוף שחור. לכן, מגדירים טמפרטורות שונות. הטמפ' האפקטיבית היא טמפ' שנוחה לתאורטיקאים לעבוד עם.

אלמנט שטח בטמפ' T פולט אם הוא גוף שחור: $dL = \sigma T^4 ds$

$\sigma = 5.67 \times 10^{-5}\ \mathrm{erg\ cm^{-2}\ s^{-1}\ K^{-4}}$

σ קבוע סטפן-בולצמן. לכן, אם הגוף הוא כדור ברדיוס R:

$$L = 4\pi R^2 \sigma T^4$$

מגדירים טמפ' אפקטיבית שהיא הטמפ' שצריכה להיות לגוף שחור כדי שיפלוט L בהינתן הרדיוס R שלו:

$$T_{eff}^4 \equiv \frac{L}{4\pi R^2 \sigma}$$

היות וקשה למדוד בד"כ את הרדיוס R של גופים, קשה למדוד את הטמפ' הזו.

עבור השמש מתקבל:

$L = 4 \times 10^{33}\ \mathrm{erg\ s^{-1}}$

$R = 7 \times 10^{10}\ \mathrm{cm}$

$\hookrightarrow T_{eff} = 5800\,\mathrm{K}$

בגלל הקושי למדוד את הטמפ' הזו, מגדירים טמפרטורות אחרות.

Color Temperature ## טמפ' צבע

ניתן להגדיר "צבע" של גוף אסטרופיסקלי ע"י הפרש המגניטודה בפילטרים שונים. למשל:

$$\underbrace{B-V}_{\text{סימון מקובל}} \equiv m_B - m_V = \text{color}$$

$B-V>0$ כוכב אדום יותר מוגה

$B-V<0$ כוכב כחול יותר מוגה

כזכור, m_A קטן = בהיר יותר
מכאן הסימן!

טמפ' צבע היא הטמפ' שצריכה להיות לגוף שחור שנותנת את אותו ה- m_B-m_V. למשל, עבור וגה:

Vega: $B-V=0 \longrightarrow T_c = 7600K$

(וגה כחול יותר/חם יותר מהשמש).

במקרה של גבול Wien לגוף שחור (אורכי גל קצרים יותר משיוו הפילטר) נקבל:

$$f \propto \exp\left(-\frac{hc}{\lambda k T_c}\right)$$

ולכן:

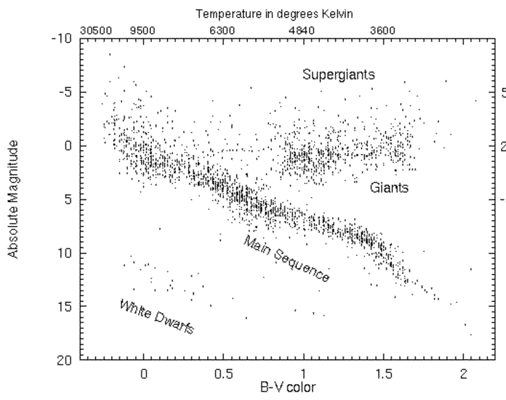
$$m_B - m_V \cong \underbrace{\text{const}}_{\text{תלוי בנרמולים של וגה!}} - 2.5 \log_{10}\left\{\frac{\exp\left(-\frac{hc}{\lambda_B k T_c}\right)}{\exp\left(-\frac{hc}{\lambda_V k T_c}\right)}\right\}$$

כלומר:

$$B-V \cong \frac{2.5\, hc \log_{10} e}{T_c}\left(\frac{1}{\lambda_B} - \frac{1}{\lambda_V}\right) + \text{const.}$$

Color magnitude diagram   דיאגרמת צבע בהירות

CMD



ניתן לצייר דיאגרמה המכילה את M (או M_V) כפונ' בצבע (למשל B−V) ואז מקבלת דיאגרמה כמו זו בצד שמאל.

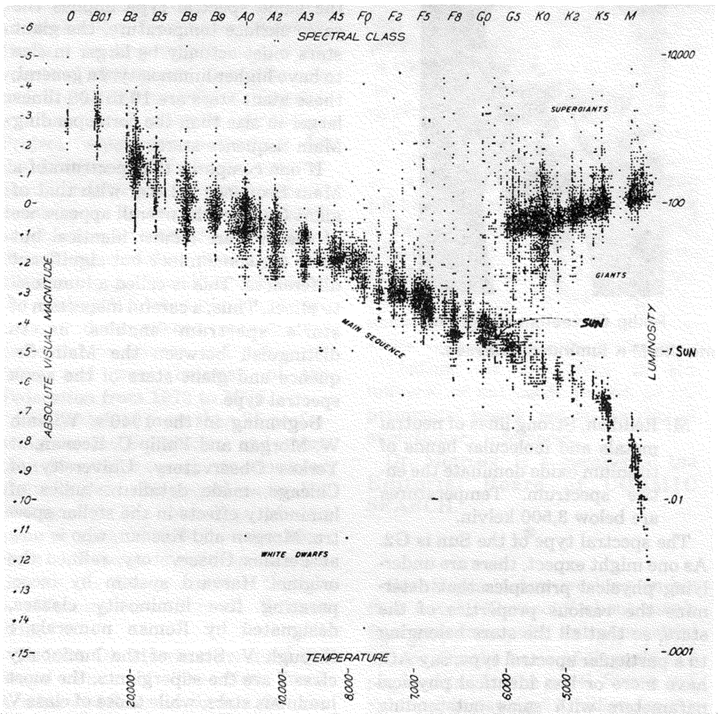
- הקו באמצע נקרא "הסדרה הראשית" (Main Sequence) והוא אוסף הכוכבים ששורפים מימן להליום.
- הכוכבים בצד ימין למעלה הם "ענקים אדומים".
- הנקודות בצד שמאל הן "ננסים לבנים".

דיאגרמת H-R

דיאגרמת Hertzsprung-Russel דומה ל- CMD. ההבדל הוא שבמקום צבע ישנו סיווג של הכוכבים לפי הסוג הספקטרלי.

למשל, כוכבים מסוג "O" מכילים קווים של הליום ומתכות מיוננות.

ב- "M" ישנם קווים של מתכות לא מיוננות, ואפילו של מולקולה TiO.



The Hertzsprung-Russell (or Power-Temperature) diagram for stars accessible to observation with modern telescopes. Lower scale gives temperature in degrees kelvin while scale at right gives power relative to that of Sun. *(Courtesy Yerkes Observatory).*

הסוגים הספקטרליים הראשיים:

OBAFGKM

(ונזכרים ע"י Oh Be A Fine Girl (or Guy!) Kiss Me)

דיאגרמת טמפ' בהירות

תאורטיקנים יציירו דיאגרמה בה ציר x הוא הטמפ' האפקטיבית אותה חישבו.

<u>דוגמה</u>

כוכב כמו השמש נמצא במרחק של 1pc מכדוה"א.

1. מה תהיה עוצמת הארה של הכוכב? ומה תהיה m_V?
2. סביב הכוכב מסתובב כוכב לכת כמו כדוה"א, במרחק של 1AU.
מה תהיה (בערך) המגניטודה הנראית שלו m_V?
3. מה תהיה ההפרדה הזוויתית המקסימלית בין הכוכב וכוכב הלכת?
4. מה תהיה הסחת הדופלר המקסימלית של הכוכב כתוצאה מתנועת כוכב הלכת סביבו?
5. אם הכוכב לכת נמצא במסלול העובר לפני הכוכב, בכמה m_V ישתנה בזמן "ליקוי"?

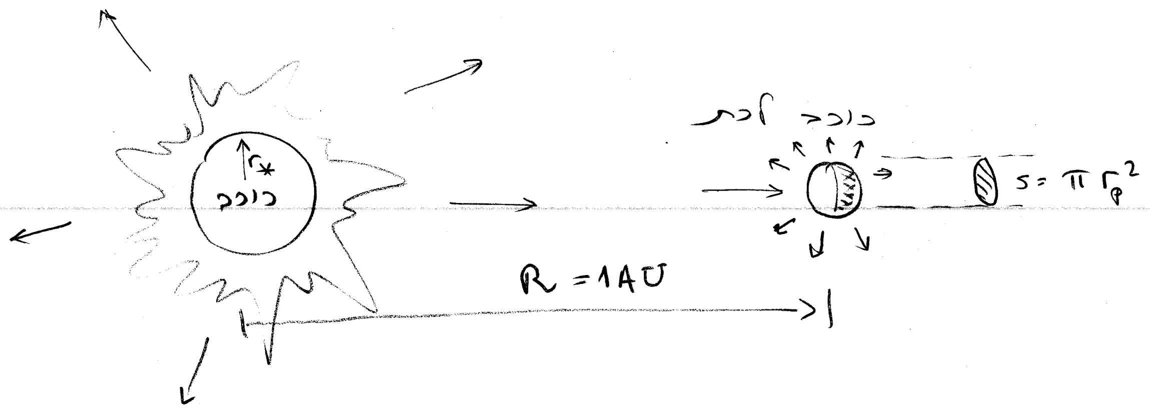
<u>פתרון</u>:

1. היות והמגניטודה הנראית היא האבסולוטית ב-10pc, נקבל שב-1pc:

$$\underbrace{m_V}_{\text{נראית בפילטר V}} = \underbrace{M_V}_{\text{אבסולוטית בפילטר V}} + 5\log_{10}\frac{d}{10pc} = +\underbrace{4.82}_{M_V \text{ של השמש}} + 5\cdot(-1) = -0.18$$

<u>שימו לב</u>: אם d קטן מ-10pc, הלוג יהיה שלילי ואז m_V יהיה קטן יותר = בהיר יותר. כמו כן, היה -2.5 לפני הלוג בהגדרה של m עם השטפים, אולם $f\propto d^{-2}$ ולכן יוצא 2- מהלוג.

2. נבנה "מודל" פשוט לכמות האור שכוכב הלכת יקלוט:



L הכוכב פולט קרינה בקצב:
(נמדד ב $erg\ s^{-1}$).

$\frac{L}{4\pi R^2}$ השטף היכן שנמצא כוכב הלכת הוא:
(נמדד ב $erg\ s^{-1}\ cm^{-2}$).

הכוכב מפזר פרקציה a מהשטף שמגיע לשטח $S=\pi r_p^2$

$\frac{L}{4\pi R^2}\cdot \pi r^2 \cdot a$ לכן, הוא מפזר סה"כ:

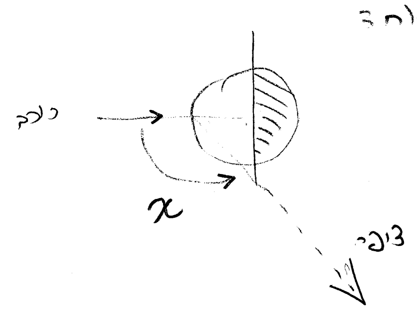
a הוא ההחזר (albedo), 0- בולע הכל, 1 מחזיר הכל.

לכן השטף במרחק d (מרחק אותה מערכת ממערכת השמש) יהיה: F_* !

$$\underbrace{F_p}_{\text{השטף מהכוכב}} = \boxed{\frac{L}{4}\,\frac{1}{4\pi d^2}}\cdot p(x)\left(\frac{r}{R^2}\right)\cdot a$$

$$= F_* \,\frac{p(x)}{4}\left(\frac{r}{R}\right)^2 a$$

$p(x)$ היא פונקציית ההחזרה. מציינת המוארת בצד אחד
היא תהיה תלויה בזווית x ותלך מ- 0 עבור $x=\pi$
ועד לגבול גדול מ- 1 בצד השני.



קיבלנו כבר, פונקציה כזו עבור כדור המפזר בצורה אחידה (אחרי האינטגרציה) היא:

$$p(x)=\frac{2}{3\pi}\left(\left(1-\frac{x}{\pi}\right)\cos(x)+\frac{1}{\pi}\sin(x)\right)$$

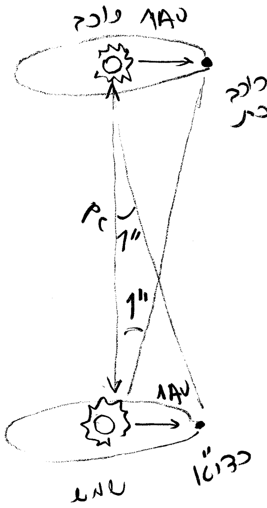
והיא כמובן מנורמלת כך ש- $\int p(x)\,d\Omega = 1$

המגניטודה הנראית של הפלנטה תהיה:

$$m_{v,p} = m_{v,*} - 2.5\log_{10}\left(\frac{1}{4}\left(\frac{r}{R}\right)^2\right) - 2.5\log_{10}\left(\underbrace{a\cdot p(x)}_{O(1)}\right)$$

$$= -0.18 - 2.5\log_{10}\left(\frac{1}{4}\cdot\left(\frac{6400\,km}{150\times10^6\,km}\right)^2\right)\ \underbrace{\qquad}_{\equiv \Delta m}$$

$$= +23.2 + \Delta m$$



3. ההפרדה הזוויתית המקסימלית תהיה 1''. את זה ניתן לראות מהגדרת ה- pc ומסימטריה!

ההפרדה התאורטית של טלסקופ במפתח D היא:

$$\theta_{min} = 1.22 \frac{\lambda}{D}$$

וזאת כדי שטבעות Airy (מהתאבכות דרך מפתח הטלסקופ) יאפשרו הפרדה. לכן:

$$D_{min} = 1.22 \frac{\lambda}{\theta_{min}} \approx 1.2 \cdot \frac{500\ nm}{\frac{1}{57}\cdot\frac{1}{3600}} = 12\ cm$$

אבל טלסקופ של 12cm לא יוכל לגלות אובייקט של $m_v = 23$!

4. מהירות תנועת כדוה"א סביב השמש היא 30 ק"מ/שניה. ממכניקה אנו יודעים שבקירוב טוב, מהירות תנועת השמש תהיה $\frac{m_\oplus}{m_\odot}$ יותר קטנה מכן:

$$v_\odot \cong v_\oplus \cdot \frac{m_\oplus}{m_\odot} = 30\times 10^5 \frac{cm}{sec} \cdot \frac{1}{300{,}000} = 10\ cm/sec$$

עוד כמה שנים ניתן יהיה למדוד זאת ספקטרוסקופית.
(למשל: http://en.wikipedia.org/wiki/Doppler_Sectroscopy)

5. אם הכוכב לכת מסתיר חלק מהכוכב, אנו נקבל מהכוכב עוצמת הארה שהיא קטנה יותר:

$$F_{*,t} = F_{*,0}\left(1-\underbrace{\left(\frac{r_p}{r_{star}}\right)^2}_{\text{יחס השטחים}}\right)$$

t for transit

$$r_\oplus = 6400\ km$$
$$r_\odot = \underbrace{700{,}000}_{\text{הקירוב פקטור 100!}}\ km$$

$$m_{v,t} = m_v + 2.5\log_{10}\left(1-\left(\frac{r_p}{r_*}\right)^2\right)$$
$$\cong m_v + \underbrace{\underbrace{\frac{2.5}{2.3}}_{\sim 1}\left(\frac{r_p}{r_*}\right)^2}_{\sim 10^{-4}}$$

שימו לב:

$$\log_{10} x = (2.3)^{-1}\ln(x)$$
$$\ln(1+x) \underset{x\ll 1}{\simeq} x$$