

1. \square 10 נק'. אם שכר הלימוד של הסטודנטים יוכפל, בכמה אחוזים יגדל התקציב השוטף של האוניברסיטה? לידיעתכם, באוניברסיטה מעט פחות מ-1000 חברי סגל פעילים, 1500 עובדים מינהליים קבועים וכ-20000 סטודנטים. כמו כן, תקציב האוניברסיטה כולל גם את תשלום הגמלה לפנסיונרים.

תשובה: הנחות: 1000 חברי סגל עם ג'ורג' שכר של 26,000 ש"ח לחודש, 1500 חברי סגל עם ג'ורג' שכר של 12,500 ש"ח לחודש.

1.5 x עדין פנסיונרים (חיים 20 שנה אחרי שלדברים 40 שנה)

הכנסות נוספות מסטודנטים: $20,000 \times 10,000 \times 2 \times 10^8$ ש"ח לשנה

ג'ורג' ג'ורג' + פנסיה כולל חובצים בשנה פנסיונרים 8×10^8 ש"ח

אם נוסף עוד 2×10^8 ש"ח קבוצת נוספות נדון שהתקציב עולה על מיליון ש"ח לשנה, אם נכפל את השכר ללימודי התקציב היווני היסטוריה יעלה ב-20%, ג'ורג' תחת התקנה של 100 שנה יבוא (הסיבה היא שהמוסד אינו תורה פרטית אלא יהא יותר הכנסות, יהא יותר חובצות - יותר סכמים בסיפריה, יותר מתחילים וכו'...).

2. \square 12 נק'. חלקיק קוונטי נמצא באחד מהמינימומים של פוטנציאל מהצורה $U(x) = \alpha \sin(kx)$. העריכו מה תהיה אנרגיית רמת היסוד בקירוב בו רמת היסוד נמוכה מאד. כמו כן, העריכו למה שווה התוחלת $\langle x^2 \rangle$ ברמה זו. מהו התנאי על מסת החלקיק כדי שרמת יסוד אכן תהיה נמוכה?

תשובה: האנרגיה נפחה את הפוטנציאל סביב אחד מהמינימומים שלו:

$$U(x) = \alpha \sin(kx) \sim U(x) \approx -\alpha + \frac{\alpha(k\delta x)^2}{2}$$

אז היא הכסחה מהמינימום, נניח שהחלקיק הוא יחסותי (נימקס רמת יחסותי $\frac{p^2}{2m} \sim E \sim \frac{\alpha k^2 \delta x^2}{2}$ $\Delta x \Delta p \sim \hbar$ - רמת היסוד מתקבלת מ- $\Delta x \Delta p \sim \hbar$)

$$\frac{p^2}{2m} \sim E \sim \frac{\alpha k^2 \delta x^2}{2}$$

אנרגיה פוטנציאלית תגדל יחסותי
סיוון אנרגיית

$$\hbar \sim \sqrt{\alpha m k^2} \delta x^2 \rightarrow \delta x^2 \sim \frac{\hbar}{\sqrt{\alpha m k^2}}$$

$$\Delta p \sim \sqrt{\alpha m k^2} \delta x \quad \langle E \rangle \sim \frac{p^2}{m} \sim \frac{\alpha m k^2 \delta x^2}{m} \sim \frac{\alpha k^2 \hbar}{\sqrt{\alpha m k^2}} = \sqrt{\frac{\alpha}{m}} k \hbar$$

התנאי הוא: $\langle E \rangle \ll \alpha$ וכן $m \gg k^2 \hbar / \alpha$

3. אחת מהבעיות של לבבות מלאכותיים היא של "קביטציה", בא נוצרות בועיות אדים של הנוזל. לאחר הווצרותם ע"י השסתומים, הבועיות נסגרות מהר ויוצרות גלי הלם קטנים (שהורסים את השסתומים). לידיעתכם, מהירות הקול באוויר היא כ-300 מטר לשנייה ובמים, כ-1500 מטר לשנייה.

(א) 10 נק'. בהנתן שלחץ האדים של דם קטן בהרבה מלחץ אטמוספרי, מהו התנאי על אורך זמן הסגירה של שסתום כדי שתוכל להוצר קביטציה? (רמז, מהו השינוי האופייני בלחץ הנוזל כתוצאה מהזרימה?)

(ב) 10 נק'. נוצרת בועית בגודל של מ"מ. כמה אנרגיה משתחררת עם ההיסגרות שלה?

(ג) 10 נק'. באיזה רדיוס תנועת הקריסה מגיעה למהירות הקול? מה תהיה התדירות האופיינית של הרעש שיווצר מקריסת הבועה?

תשובה:

א. כנ"ל שילב ארוזנו "אקוס" שבו הצמ יתאצה ויצור בועה, אלן ציבים $\Delta p \sim P_{atm}$
 מצד שני, בנוצו נק': $\Delta p \sim \frac{1}{2} \rho v^2$

כמו כן, המהירות האופיינית שלמה חלני היא:

כאשר התנוי הקביטציה הוא:

$$\frac{d^2}{dt^2} \approx \frac{P_{atm}}{\rho_{water}} \quad \Delta \Delta t \lesssim d \sqrt{\frac{\rho_{water}}{P_{atm}}} \approx 5 \text{ cm} \times \sqrt{\frac{1 \text{ gr/cm}^3}{10^6 \text{ erg/cm}^3}} = 5 \text{ ms}$$

אז, זמן מחזור של בעיה הונו $1/60 \text{ s} \approx 17 \text{ ms}$, מתקם הסולם נפתח ונסגר לזמן זה
 הצי נהפך מחזור, אחת תוצר קביטציה!

ב. עם ההסתגרות של הבועה, תשתחרר אנרגיה

$$E \sim P_{atm} \cdot V = \frac{4\pi}{3} P_{atm} r^3$$

צברלי האנרגיה שניק אקול:

$$\approx 4 (0.1 \text{ cm})^3 \times 10^6 \text{ erg/cm}^3 = 4 \times 10^5 \text{ erg} \approx 0.04 \text{ J}$$

ג. הבועה מתחילה בצדדים r_0 . בצדדים r היא הוהיחור הקול, בנוצו צמ, האינרגיה של הבועה הפכה קאנרגיה קינטית של המים. ישנה כמות של $\frac{4\pi}{3} r^3 \rho_{water}$ גוים הנעה במהירות הקול (מה שחשוב היא הוהיחור הקול קינטי הולר וכאשר הגוים נואצוים למהירות הנוי הם לא מתנפחים כנוצו בארץ-בתום. בנוצו הקול שנוס מקניסם הבועה נס

מתוך המים!)

$$\frac{4\pi}{3} r^3 \rho_{water} v_s^2 \approx E_0 \approx \frac{4\pi}{3} r_0^3 P_{atm}$$

$$r \sim r_0 \sqrt[3]{\frac{P_{atm}}{\rho_{water} v_s^2}} \approx 0.1 \text{ cm} \sqrt[3]{\frac{10^6 \text{ erg/cm}^3}{1 \text{ gr/cm}^3 \cdot 1.5 \times 10^5 \text{ cm/sec}}} \approx 0.05 \text{ cm}$$

התדירות האופיינית תהיה:

$$f \sim \frac{v_s}{r} \sim \frac{1.5 \times 10^5 \text{ cm/sec}}{0.05 \text{ cm}} \sim 3 \text{ MHz}$$

אלטרה-סאונד

4. 15 נק'. שופכים דבש בקצב של 10 מ"ל לשניה לתוך תעלה משופעת בזווית $\alpha = 10^\circ$ וברוחב של 1 ס"מ. לדבש צמיגות של $\nu = 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}$. העריכו את מהירות הזרימה של הדבש.

תשובה: הכי רחב זה יהיה הקטן ביותר הוא: $F \sim \nu \frac{d^2 u}{dy^2} \sim \nu \frac{u}{h^2}$ או $\nu \frac{u}{w^2}$.
 זה שיקבע את הצורה הוא הקטן מבין h ו- w . נניח שני הכי רחב -> steady state: $F_v = F_{g \text{ grav}} \rightarrow \nu \frac{u}{\min(h^2, w^2)} \sim g \sin \alpha$ $\rightarrow u \sim \frac{\min(h^2, w^2) g \sin \alpha}{\nu}$

$\Phi = whv \rightarrow h = \Phi / wv$
 $\nu \sim \frac{\min(\frac{\Phi^2}{w^2 v^2}, w^2) g \sin \alpha}{\nu}$
 אלא, משינוי של ν מסה, נקרא: וכן:

$$v_1 = \sqrt[3]{\frac{\Phi^2 g \sin \alpha}{w^2 \nu}} ; \frac{\Phi}{w^2} < v$$

$$v_2 = \frac{w^2 g \sin \alpha}{\nu} ; \frac{\Phi}{w^2} > v$$

$$v_1 = 12 \text{ cm/sec} \rightarrow v_{1/2} \sim \frac{\Phi}{w^2} \rightarrow h = w$$

$$v_2 = 17 \text{ cm/sec} \rightarrow$$

$$\Phi = 10 \frac{\text{cm}^3}{\text{sec}}$$

$$g = 1000 \text{ cm/sec}^2 \quad w = 1 \text{ cm}$$

$$\nu = 10^{-3} \frac{\text{m}^2}{\text{sec}} = 10 \frac{\text{cm}^2}{\text{sec}}$$

סוף נקרא שהמהירות היא: $v \sim 10 \text{ cm/sec}$

5. 15 נק'. תדירות הפלסמה היא תדירות של תנודות קולקטיביות של אלקטרונים בפלסמה מיוננת. אם נתונים אלקטרונים בעלי לחץ זניח ובצפיפות מספרית n , העריכו למה שווה תדירות זו.

תשובה: נכתוב בינאריות יחידות -
 כדור יש אלקטרוניק עם אינטנסיביות אלה ביניים, ρ , ρ , ρ - ההשגים יהיו:

$$\frac{e^2 n^2}{\text{cm}} = g \frac{\text{cm}^2}{\text{sec}^2} \rightarrow e n^2 = g \frac{\text{cm}^3}{\text{sec}^2}$$

m - מסת האלקטרונים - g

e - מטען האלקטרוני - $e n$

m - הצפיפות המספרית cm^{-3}

אם כן, היות והצפיפות לא יחסית (*), ומשוואת הכוח

ההמשט. הוא מפילור את e .

אנו נוזים למצבו את התחלה של התנודות - $f \sim \frac{1}{\text{sec}}$

$$[e^2 n] = \frac{g r}{\text{sec}^2} \rightarrow \left[\frac{e^2 n}{m} \right] = \frac{1}{\text{sec}^2} \rightarrow f \sim \sqrt{\frac{e^2 n}{m}}$$

(בתחלה הפלסמה יש זרם $4\pi \dots$)

(א) אם האלקטרוניק יחסית c יבנים אלא m_e יהיה חסוי. ונצין אבסור למצבו תצורת אבסור לתנודות זו של 4 באנליזה יחידות.

6. 15 נק'. ליד קיטו שבאקוודור אוהבים לעבוד על תיירים. תושבים מקומיים מראים שהזאת כוור במטר אחד מעבר לקו המשווה גורמת למערבולת להחליף את כיוונה. מהו גודל חסר מימדים שאפשר לגדיר, המתאר את חשיבותו של כוח קוריוליס? למה הוא שווה במקרה זה? (אגב, מיקום סימון קו המשווה בקיטו הוא מאה מטר צפונית מדי)

תשובה:

יש כוונת אסני אוכלת שבתן סליו, אני מחפשים גודל שיהיה חסר מימדים
 גודל חסר מימדים (אולי אסני) שיהיה
 האופרטור האופני בליגה:

$$\frac{v^2}{L} \sim \Omega \times v \sim \Omega \times L$$

$$\Pi \equiv \frac{\Omega L}{v} = \frac{2\pi / 24 \times 3600 \text{ sec} \times 20 \text{ cm}}{10 \text{ cm/sec}}$$

נגזר אס ק

$$\approx \frac{12 \cdot 20}{24 \cdot 3600} \approx 3 \times 10^{-4}$$

אפשרה הגוף מלא לקולוס הוא $\frac{v}{L} \Omega$ ולכן התשובה היא $\frac{v}{L} \Omega$ כח קוריוליס הא
 גודל חסר מימדים.

7. 15 נק'. מצאו את האנרגיה בה תהליכים קוונטים וכבידתיים חשובים באותה מידה. העריכו את המסה האופינית הקשורה לאנרגיה זו (שהיא מסת פלנק).

תשובה:

אפשר לפתור ע"י שיקוף יחידה, נפתור ע"י השוואת אנרגיה:

$$E_{grav} \sim E_{rest} \rightarrow \frac{Gm^2}{\Delta x} \sim mc^2 \rightarrow \Delta x \sim \frac{Gm^2}{mc^2} = \frac{Gm}{c^2}$$

גודל אופני בקנה

$$\Delta x \Delta p \sim h$$

$$\Delta x \cdot mc \sim h$$

כדי שתהליכים קוונטיים יהיו חלופיים:

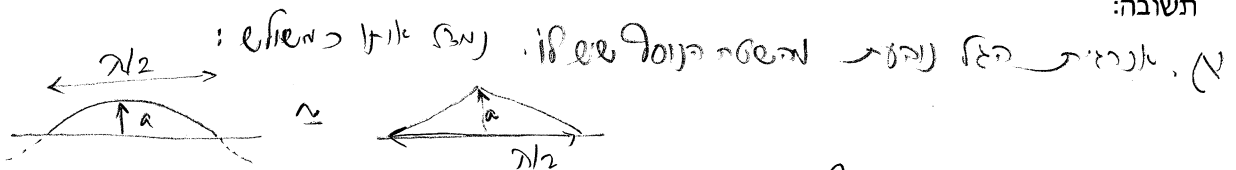
$$\frac{Gm}{c^2} \cdot mc \sim h \rightarrow M \sim \sqrt{\frac{hc}{G}}$$

בליגה (עצם כח קוונט) מסת פלנק

8. בגלים קפילריים בפני השטח של נוזל, האנרגיה הפוטנציאלית שמשחקת תפקיד היא האנרגיה הקשורה למתח הפנים (להבדיל מהאנרגיה הגרביטציונית בגלי ים למשל).

- (א) 10 נק'. העריכו למה שווה אנרגיית מתח הפנים לגל עם ווקטור גל k ואמפליטודה a .
 (ב) 10 נק'. העריכו למה שווה יחס הדיספרסיה $\omega(k)$ לגלים אלו.
 (ג) 10 נק'. אם הגלים הללו נהיים חשובים מתחת לאורך גל של כ-1 ס"מ, מהו סדר הגודל של מתח הפנים של מים?

תשובה:



נק' שיוזבת אורך $\frac{\lambda}{4}$ הופכת ל-
 כמות הסני היחס בלטה הוא:

$$\frac{\lambda}{4} \rightarrow \sqrt{\left(\frac{\lambda}{4}\right)^2 + a^2}$$

$$\frac{\Delta s}{s} = \sqrt{1 + \left(\frac{4a}{\lambda}\right)^2} \approx 1 + \frac{16a^2}{2\lambda^2}$$

ק'ד שלטה, הסני כאנרגיה הוא:

$$\Delta E_{\text{surface}} \approx \frac{8a^2}{\lambda^2} \cdot \sigma$$

חתימה פנים,

ב. בוך I אפשרת: אבסורבטור האנרגיה ה' (אנרגיה הקינטי) אולי קטנוי חסר
 הכינס. בוך II, ד" ארצות מימזים:

$\omega = 1/\text{sec}$ $\sigma = \frac{\text{erg}}{\text{cm}^2} = \frac{gr}{\text{sec}^2}$
 $k = 1/\text{cm}$ $\rho = gr/\text{cm}^3$

$$C \rightarrow [\sigma/\rho] = \text{cm}^3/\text{sec}^2 \rightarrow [\sigma k^3/\rho] = 1/\text{sec}^2 \Rightarrow \omega^2 \sim \frac{\sigma k^3}{\rho}$$

ג. בוך I: אנרגיה יחידה. בוך II: קהינת בין האנרגיה האנרגיה (אנרגיה)
 לא האנס פנים:

$$\Delta E_{\text{surface}} \approx \Delta E_{\text{grav}}$$

$$C \rightarrow \frac{8a^2}{\lambda^2} \sigma \approx \rho g \frac{a^2}{2}$$

$$C \rightarrow \sigma \approx \frac{\lambda^2 \rho g}{16} \approx \frac{(1\text{cm})^2 \cdot 1\text{gr}/\text{cm}^3 \cdot 1000 \text{cm}/\text{sec}^2}{16}$$

$$\approx 62 \text{ erg}/\text{cm}^2$$

האנו $\frac{g}{2}$ חונה (ז'י שלטה)
 אבה של a $\Delta E_{\text{grav}} \sim \rho g \frac{a^2}{2}$

במקס וזא σ שקלול נוצאת (72). הסיבה שהקרינה היא פנים ג'א
 כאלו $\sigma \sim \lambda^2$ חכן טאט נסתמס ארמל בקטל של במקום, מקב'ים
 דוזה של שג'יה הפקטי $(2\pi)^2 \dots$