פרופ' ניר שביב

שיטות שיערוך בפיסיקה 77412

מבחן מועד ב', סמסטר אביב תשס"ז

- המבחן הוא ללא כל חומר עזר, פרט לפריטים הבאים:
  - 2 דפי נוסחאות (4 עמודי A4)
  - מחשבון
- יש לנמק את התשובות. תשובה לא מנומקת לא תתקבל.
- משך המבחן שעתיים.
- בבחינה אוסף שאלות שסכום ערכן עולה על 100 נקודות.
  - יש לסמן v במשבצת שליד כל שאלה אם ברצונכם שהיא תבדק. שימו לב שלא חובה לענות על כל הסעיפים בשאלה מרובת סעיפים.
  - אם סך ניקוד השאלות לבדיקה מקיים $n > 100$, הציון הסופי יהיה נתון ע"י:

$$\left(\frac{m}{n}\times\left[100-\frac{n-100}{2}\right]+\frac{n-100}{2}\right)+\frac{n-100}{10}$$

כאשר m הוא סך הנקודות שקבלתם.

- את התשובות, כולל הדרך, יש לכתוב בטופס הבחינה. רצוי להעזר במחברת הירוקה כדפי טיוטא. בסוף הבחינה, יש להגיש את הטופס ואת המחברת. (לפעמים מקבלים ניקוד מהטיוטא).
- כמו בחיים האמיתיים, בשאלות יתכנו נתונים שאינם דרושים לפתרון הבעיה, ולהיפך...

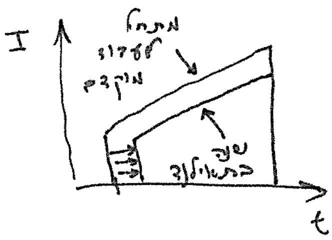
בהצלחה!

לשימוש הבודק:

סופי	מתוך	סה"כ	7	6ג	6ב	6א	5ב	5א	4ב	4א	3	2	1

1. ☐ 15 נק'. העריכו עם כמה כסף נוסף יפרוש לפנסיה בחור שלא נסע לשנה לטיול במזרח הרחוק כתוצאה מכך שיתחיל את הקריירה שלו שנה קודם.

תשובה:



נסתכל בעזרת גרף מהן ההכנסות בשני המקרים:

אנו רואים שישנם שתי תרומות.

- ההפרש הראשון הוא במשכורת של השנה האחרונה.
- ההפרש השני הוא הריבית שמצטברת על מה שמפרישים אותו. הסיבה היא שאם מתחילים לעבוד שנה יותר מוקדם, כל ההפרשה עושה ריבית של שנה נוספת, כי זה כאילו ופרשנו עם הכסף שנה מאוחר יותר.

1- $30{,}000\ \frac{NIS}{mo} \times \underbrace{0.5}_{\text{מיסים}} \times 12\ \text{month} \simeq 180{,}000\ NIS$

זה הסכומים שנוסף זה יצטבר במהלך החיים..

- מה שמפרישים אותו, אמור לשלם לנו עוד 10 שנים של פנסיה ולכן, ריבית של שנה על הכסף ניתנת:

2 - $30{,}000\ NIS/_{mo} \times \underbrace{0.70}_{\text{פנסיה בדרך כ- 70 אחוז}} \times 12mo \times 10yr + \underbrace{0.04/yr}_{\text{ריבית ממוצעת של 4 אחוז}} \simeq 75{,}000\ NIS$

תרומה חשובה ביותר עד הפרישה!

2. ☐ 15 נק'. חלקיק יחסותי (המקיים $E = pc$) עם אנרגיה ממוצעת kT נמצא בתוך בור פוטנציאל מהצורה $U(x) = \alpha|x|^3$. העריכו למה שווה התוחלת $\langle x^2 \rangle$.

תשובה:

$$E_{kin} \sim E_{pot} \sim kT \sim \alpha|\Delta x|^3 \Rightarrow \langle x^2 \rangle \sim \left(\frac{kT}{\alpha}\right)^{2/3}$$

אין קשר לעובדה שהחלקיק יחסותי.

3. ☐ 15 נק'. חלקיק קוונטי יחסותי נמצא בפוטנציאל $U(x) = \alpha|x|^3$. העריכו למה שווה אנרגית רמת היסוד של החלקיק.

תשובה:

$$p = E/c, \quad \Delta x \Delta p \sim \hbar \Rightarrow \Delta x \frac{E}{c} \sim \hbar$$

ברמת היסוד!

ולכן E מסדר גודל של:

$$E \sim U \sim \alpha|\Delta x|^3$$

לכן:

$$\Delta x \frac{\alpha|\Delta x|^3}{c} \sim \hbar \Rightarrow \Delta x \sim \left(\frac{\hbar c}{\alpha}\right)^{1/4}$$

ונקבל אנרגית רמת היסוד:

$$E \sim \alpha|\Delta x|^3 \simeq \alpha\left(\frac{\hbar c}{\alpha}\right)^{3/4}$$

4. אל האוקינוסים נכנס ויוצא באופן מחזורי שטף חום $q = q_0 \cos(\omega t)$ (וואט למטר רבוע). את האוקינוס ניתן לתאר כשכבה בעובי 80 מטר בה ערבוב החום מאד מהיר, ומתחת לשכבה זו שאר האוקינוס בו מקדם הדיפוזיה האופיני הוא $10^{-4}m^2/sec$. קיבול החום של המים הוא $4.2 \times 10^6 J/(m^{3\circ}K)$.

(א) ☐ 15 נק'. מהו זמן המחזור T (הקשור לתדירות הזוויתית $\omega = 2\pi/T$) שמתחתיו רוב החום נכנס ויוצא לשכבה המעורבבת ומעליו תרומת השכבות התחתונות חשובה?

(ב) ☐ 15 נק'. אם מודדים שינוי מחזורי בטמפרטורה, עם אמפליאודה של $0.05°C$ וזמן מחזור של 11 שנים (הנובע מפעילות השמש) העריכו את האמפליטודה q_0 של השטף שנכנס לאוקינוס.

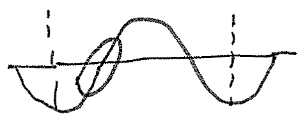
תשובה:

א. למעשה אנו רוצים לדעת מהו הזמן האופייני בו החום חודר לעומק של 80 מטר בחלק העמוק של האוקינוס, בתהליך דיפוזיה

$$[K] = \frac{cm^2}{sec} \Rightarrow \Delta x \sim \sqrt{K\tau} \sim d$$

$$\tau \sim d^2/K \sim (80m)^2 / 10^{-4}\,m^2/sec \simeq 2yr$$

אם מדובר בתופעה מחזורית המחזור צריך להיות גדול יותר מ- $2yr$, כי חלק מהמחזור נכנס החום פנימה, מחזור של $\sim 10yr$.



ב. עם מחזור ה- 11 שנים אנו רואים שהחום יכנס לשתי שכבות בעובי של כ- 80 מטר. כמות החום ליח' שטח שנכנסה:

$$Q \sim q\tau$$

$$\Delta T \sim \frac{Q}{C \cdot \Delta x} \sim \frac{q\tau}{C\Delta x} \Rightarrow q \sim \frac{\Delta T\, C \Delta x}{\tau} \sim \frac{0.05^\circ C \cdot 4.2\times10^6\, J/m^3{}^\circ C\ 160m}{2\times3\times10^7\, sec}$$

$$\sim 0.5\, W/m^2$$

אגב, זו עדות לכך שהשמש משפיעה על כדור הארץ ביותר מאשר שינויים בעצמת ההארה שלה וזאת מפני שהשינויים בעצמת ההארה לאורך מחזור ה- 11 שנים היו נותנים $q \sim 0.05\, W/m^2$!

---

5. עלון מוצמד לחלון מכונית ע"י מגב. שטח העלון $\ell \times \ell = (15cm)^2$. והוא מודפס על נייר בצפיפות משקל של $100gr/m^2$. המכונית נוסעת במהירות $v = 100km/hr$. כתוצאה מזרימת האוויר, העלון מתנפנף. צפיפות האוויר היא $1.2kg/m^3$.

(א) ☐ 15 נק'. רשמו את הביטוי הכללי ביותר לכוח שפועל על העלון כתלות בזווית θ שעלה מעל לשמשה. (הזרימה היא כמובן במספרי ריינולדס גבוהים).

(ב) ☐ 15 נק'. העריכו את התדירות האופינית של התנפנפות העלון.

תשובה:

א. הכח שמופעל על העלון תלוי ב- $\underbrace{\rho_{air}}_{gr/cm^3}, \underbrace{v}_{cm/sec}, \underbrace{A}_{cm^2}, \theta$

ולא בצפיפות של העלון.

הכח נתון ע"י:

$$F \sim \rho v^2 A \cdot f(\theta)$$

$$F \sim ma \sim \overbrace{\Sigma A}^{\text{צפיפות מסה משטחית}} \cdot \overbrace{\omega^2 \ell \theta}^{a \text{ אופייני}}$$

ב. משוואת התנועה:

ולכן:

$$\rho v^2 A \sim \Sigma A \omega^2 \ell$$

$$\omega^2 \sim \frac{\rho v^2}{\Sigma \ell} \sim \frac{0.0012 gr/cm^3 \cdot (3000 cm/sec)^2}{0.01 gr/cm^2}$$

$$\omega \sim \frac{1}{300} s^{-1}$$

---

6. כח מגנוס הוא הכח שפועל על גוף מסתובב. למשל, כדורגלן הבועט בעיטה "מסובבת". כדור זה לא יעוף בקו ישר אלא בקשת (ללא קשר לכבידה). הניחו כי הכדור נע באוויר במהירות v, והמהירות הסיבובית שלו נתונה ע"י ω.

(א) ☐ 10 נק'. מהם המספרים חסרי המימדים המאפינים את הבעיה?

(ב) ☐ 5 נק'. למה הם שווים (בערך) בבעיטת כדורגלן?

(ג) ☐ 15 נק'. מצאו ביטוי כללי לגודלו של כח מגנוס. העריכו אותו עבור בעיטת כדורגלן. איזו זווית קשת אופקית ניתן להשיג?

תשובה:

א. אם נרצה לאפיין את הסיבוב של הכדור ואת הצמיגות נזניח, הדבר יהיה תלוי רק ב- R, ρ, v, ω.

ישנו גודל אחד חסר מימדים:

$$\Pi_1 = \frac{\omega R}{v}$$

ב. הגודל מתאר את מהירות שפת הכדור יחסית למהירות מרכז המסה שלו.

אם בועטים במרכז: $\Pi \sim 0$. אם בצד נקודה $\omega R \sim v$

ואז $\Pi \sim 1$. קשה מאוד לקבל $\underbrace{\Pi \gg 1}$ ע"י בעיטה!

ג. אם מוסיפים כח, נקבל גודל חסר מימדי נוסף:

$$\Pi_2 = \frac{F}{\rho v^2 R^2} \Rightarrow f(\Pi_1, \Pi_2) = 0 \Rightarrow F \sim \rho v^2 R^2 f(\Pi_1)$$

עבור $\Pi_1 \sim 1$ נצפה ש- $f \sim (O(1))$. כלומר, עבור בעיטה מסובבת כח מגנוס יכול להשתוות לכח הכובד אולי, נסתכל על:

$$\frac{F_{mag}}{F_{grav}} \sim \frac{\rho v^2 R^2}{mg} \sim \frac{1.2\,kg/m^3\,(15\,m/sec)^2}{0.5\,kg \cdot 10\,m/sec^2} \times (0.15\,m)^2 \sim 1$$

היות וכח מגנוס יכול להשתוות למשקל, נקבל סטייה מסדר גודל של רדיאן!

---

7. ☐ 15 נק'. חלקיק העל מטען q מואץ בשדה E למשך זמן t. החלקיק יכול להגיע למהירויות יחסותיות. מהו המספר חסר המימדים שמאפיין את בעיה? מהו הביטוי הכללי ביותר שיכול להיות לאנרגיה כתלות בזמן?

תשובה:

הכח יחסי ל- qE, לכן התשובה תכיל את הקומבינציה qE בלבד.

הגדלים

m, qE, t, c $\Rightarrow$ $\overbrace{\frac{qE}{m}}^{\text{תאוצה}} \cdot t \sim c$

4 גדלים ו-3 מימדים.

$$\Pi = \frac{qEt}{mc}$$

כדי לקבל אנרגיה נסתכל ב מהירויות נמוכות.

$$E \sim \frac{1}{2}mv^2 f(\Pi) = \frac{1}{2}m\left(\frac{qE}{m}t\right)^2 f\left(\frac{qEt}{mc}\right)$$

ברור ש- $f \to 1$ עבור t קטן.

כמו כן, עבור t גדול, התשובה לא תהיה תלויה ב-m

ולכן $f(\Pi \gg 1) \sim \frac{1}{\Pi}$