פרופ' יהודה ייבין וד"ר ניר שביב
מכון רקח לפיזיקה

חשמל ואופטיקה לתלמידי ביולוגיה. (תשס"ד).

<u>פרק שישי</u>: השדה המגנטי ומשפט אמפר.

<u>השדה המגנטי – תצפיות וניסויים</u>

- מבחינה עקרונית כל התופעות החשמליות והמגנטיות מתחייבות מחוק קולון (או משפט גאוס). על-סמך תורת היחסיות המצומצמת מתבקש העניין (כמעט) מאליו. אולם במסגרת הרצאתנו נסתמך על תצפיות ועל ניסויים מתאימים כבסיס לניסוח תורת השדה המגנטי. התופעות הבסיסיות של החשמל ושל המגנטיות היו ידועות כבר לקדמונים. מעניין שהתופעות המגנטיות נחקרו בימי הביניים והידע על מגנטים התרחב מאוד, בעיקר משום ערכו המעשי הרב של המצפן, שעליו הסתמכו הספנים הנועזים מגלי הארצות בסוף ימי הביניים וראשית העת החדשה. אולם הקשר בין השדה החשמלי לבין השדה המגנטי הוכח רק בשנת 1819 בידי (הנס כריסטיאן) אֶרסטֶד (Oersted). הוא גילה שזרם חשמלי משפיע על מחט מגנטית. מכל מקום, וכאמור, אנו נסתמך על תופעות מגנטיות פשוטות, ומהן נסיק את תורת השדה המגנטי.
- כידוע, בין קטבים מגנטיים פועלים כוחות משיכה ודחייה, הזהים מבחינה פורמלית לכוחות בין מטענים חשמליים. אולם ההבדל היסודי בין האלקטרו-סטטיקה למגנטו-סטטיקה הוא העדר קטבים מגנטיים בודדים. עובדה זאת היא אחת מאבני היסוד של תורת השדה האלקטרו-מגנטי, ומתבטאת בהיות הדיפול המגנטי היחידה המגנטית החומרית הבסיסית. בין השאר מתבטא העניין גם בקביעה שבניגוד לקווי השדה החשמלי, המתחילים ומסתיימים במטענים, קווי השדה המגנטי תמיד סגורים, או, בניסוח "מתקדם" יותר, השדה המגנטי חסר מקורות.
- נזכור כי בסביבת מטען חשמלי (נח) שורר שדה אלקטרו-סטטי. והנה מתברר שסביב מטען נע שורר שדה נוסף, הוא השדה המגנטי. גם סביב חומרים מגנטיים שורר שדה מגנטי. הסימון המקובל לשדה המגנטי הוא $\vec{B}$. באמצעות מצפן אפשר למפות את קווי השדה של השדה המגנטי. אולם כיצד קובעים את עוצמת השדה? – בעזרת מטען בוחן. לצורך בירור מהותו של השדה המגנטי נניח שאין בסביבה כל שדה חשמלי, ואז מתברר כי הכוח הפועל על המטען (הנע!):

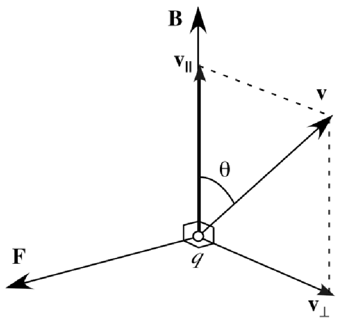
– עוצמתו מתכונתית לגודל המטען q ולערך המוחלט של המהירות v של מטען הבוחן.

– הכוח $\vec{F}$ תלוי במהירות מטען הבוחן $\vec{v}$ ובשדה המגנטי $\vec{B}$.

– אם מטען הבוחן נע במקביל לשדה המגנטי, הכוח מתאפס.

– אם הזווית בין כיוון השדה המגנטי לבין כיוון מהירות מטען הבוחן היא θ, אז עוצמת הכוח מתכונתית לסינוס הזווית, לאמור אל $sin\theta$, וכיוונו ניצב למישור המוגדר על-ידי $\vec{v}$ ו-$\vec{B}$.

- הכוח הפועל על מטען שלילי שווה בעוצמתו ונגדי בכיוונו לכוח הפועל על מטען חיובי הנע באותה מהירות (ובאותו כיוון).
- כל הדברים האלה מתמצים בנוסחה הווקטורית



$$\vec{F}=q\vec{v}\times\vec{B} \quad \Rightarrow \quad F=qvB\sin\theta \quad . \tag{6.1}$$

- נסכם את ההבדלים בין השדות החשמלי והמגנטי:
– הכוח החשמלי פועל תמיד בכיוון השדה החשמלי, ואילו הכוח המגנטי פועל בניצב לכיוון השדה המגנטי.
– הכוח החשמלי הפועל על חלקיק טעון אינו תלוי במהירות החלקיק, ואילו הכוח המגנטי פועל על חלקיק טעון רק אם הוא בתנועה, ובעצם עוצמתו מתכונתית לערך המוחלט של המהירות.
– על-סמך ההבדל הראשון שמנינו, השדה החשמלי משקיע אנרגיה בהעתקת החלקיק הטעון, ואילו השדה המגנטי אינו משקיע כל אנרגיה בהנעת החלקיק (יען כי $\vec{F}\cdot d\vec{x}=\left(\vec{F}\cdot\vec{v}\right)dt=0$).

<u>יחידות השדה המגנטי</u>

- היחידה המעשית של השדה המגנטי נקראת טֶסלָה, וסימונה T. מהקשר $\vec{F}=q\vec{v}\times\vec{B}$ מתחייבת ההגדרה שעל מטען ששיעורו קולון, הנע בשדה מגנטי שעוצמתו טסלה, במהירות מטר בשניה בניצב לכיוון השדה, פועל כוח ששיעורו ניוטון, לאמור

$$\left[B\right]=T\equiv\frac{N}{C\cdot m/s}=\frac{N}{A\cdot m} \quad . \tag{6.2}$$

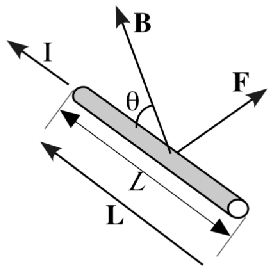
- נזכיר עוד את היחידה המוחלטת של עוצמת השדה המגנטי, הנקראת גאוס (G):

$$T=10^4 G\,. \tag{6.3}$$

וכדי לקבל מושג על ערכי שדות מגנטיים מצויים, נציין כי במעבדה, באמצעות רכיבים מקובלים, ניתן להשיג שדות מגנטיים עד 3 טסלה, ולעומת זאת עוצמת השדה המגנטי של כדור הארץ (על פני האדמה) הוא מסדר הגודל של 0.5 גאוס.

<u>הכוח המגנטי הפועל על מוליך נושא זרם</u>

- לאור הנאמר עד הנה אין כל פלא בעובדה שעל תיל שזורם בו זרם חשמלי והנמצא בשדה מגנטי פועל כוח. בסופו של דבר בתיל נעים אלקטרונים שעליהם פועל כוח מגנטי, והם, באמצעות התנגשויות באטומי המוליך מעבירים את הכוח לתיל.
- כדי לכַמֵּת את הדיון, נדון בקטע של תיל ישר. שטח חתך התיל הוא A ואורך הקטע L, הזרם בתיל הוא I, והתיל נמצא בשדה מגנטי אחיד הניצב לתיל שעוצמתו B. *הכוח המגנטי הפועל על מטען q שמהירות הטרידה שלו $\vec{v}_d$ הוא $q\vec{v}_d\times\vec{B}$. תהי n הצפיפות המספרית של המטענים בתיל, אז מספרם בקטע שבו אנו דנים הוא nAL. מכאן שהכוח הכולל על*



קטע התיל שלנו הוא

$$\vec{F} = \left(\vec{q}\,\mathrm{v}_d \times \vec{B}\right) nAL \quad . \qquad \mathit{(6.4)}$$

אולם הואיל וכמובן מאליו $I = nq\,\mathrm{v}_d A$, אפשר לבטא את הכוח הכולל גם בצורה

$$\vec{F} = I\,\vec{L} \times \vec{B} \quad , \qquad (6.5)$$

מקום שהווקטור $\vec{L}$ כיוונו כיוון הזרם, וערכו המוחלט, כמובן, הוא אורך קטע התיל L.

- אם דנים בתיל שאינו ישר דווקא, ההכללה של הנוסחה האחרונה היא

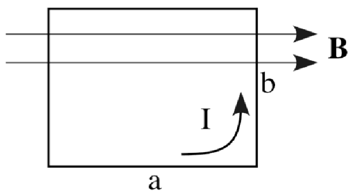
$$\vec{F} = I \int_a^b d\vec{L} \times B \quad . \qquad (6.6)$$

ברור שכאן a ו-b הן נקודות ההתחלה והסוף של הקטע שאת הכוח עליו רוצים לחשב. מקרה פרטי מעניין של הנוסחה האחרונה עניינו של תיל כללי (לאו דווקא ישר) בשדה מגנטי אחיד. כיוון שהשדה $\vec{B}$ קבוע, אפשר להוציאו מחוץ לאינטגרל, לאמור במקרה זה

$$\vec{F} = I \left(\int_a^b d\vec{L} \right) \times \vec{B} \quad , \qquad (6.7)$$

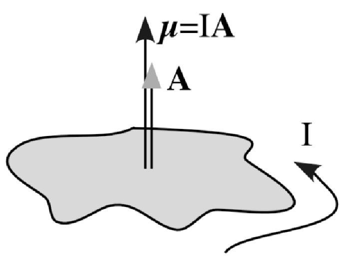
ברור אפוא שהאינטגרל אינו אלא הווקטור הישר שראשו בנקודה b וזנבו ב-a ועוד מסקנה מהביטוי הזה היא שהכוח על לולאת זרם בשדה מגנטי אחיד מתאפס.

<u>מומנט הכוח הפועל על לולאת זרם בשדה מגנטי אחיד</u>



- נדון בלולאת זרם מלבנית שרוחבה a וגובהה b. יהי I הזרם הקבוע הזורם בה, ויהי $\vec{B}$ שדה מגנטי אחיד שבו נתונה הלולאה, באופן שצלעות הלולאה שאורכן a מקבילות לשדה. אנו יודעים שהכוח (המגנטי) הכולל על הלולאה מתאפס, אולם מייד יתברר שפועל עליה זוג כוחות, לאמור מומנט כוח. ואומנם, על הצלעות המקבילות לשדה המגנטי לא פועלים כוחות, ואילו עוצמת הכוח על כל צלע, שאורכה b היא IbB. הואיל והזרמים דרך שתי הצלעות האלה נגדיים, ברור שגם כיווני הכוחות נגדיים. הנה כי כן, על הלולאה פועל זוג הכוחות שעוצמת כל אחד מהם, באמור, היא IbB, והזרוע של הזוג הזה היא, כמובן, a. ומכאן שמומנט הכוח הפועל על הלולאה המלבנית שלנו הוא

$$N = IabB = IAB \quad , \qquad (6.8)$$

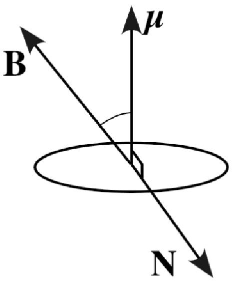


מקום אשר A הוא שטח המלבן. מכל מקום ראוי לזכור שנוסחה זאת תקפה רק אם השדה המגנטי האחיד מקביל למישור הלולאה! כדי להדגיש את מובנה של הנוסחה, נרשום אותה בצורה שאותה נוכל להכליל גם למקרה שבו אין השדה המגנטי האחיד מקביל למישור הלולאה, וגם הלולאה (המישורית) עצמה אינה מלבנית דווקא: קודם לכל מקובל להגדיר את הגודל IA כמומנט המגנטי של לולאת הזרם, לאמור

$$\vec{\mu} = I\vec{A} \quad , \qquad (6.9)$$

וכאן $\vec{A}$ הוא הווקטור המייצג את שטח הלולאה: עוצמתו שטח הלולאה, הוא ניצב למישור הלולאה, ומגמתו מתחייבת ממגמת הזרם בלולאה – בהתאם ל"חוק היד הימנית," או חוק הבורג ...– טרם הזכרנו את כיוון מומנט הכוח. ראשית ברור שהוא ניצב למישור הלולאה, ושנית מגמתו, כפי שלא קשה להיווכח, נקבעת לפי

$$\vec{N} = \vec{\mu} \times \vec{B} \quad . \tag{6.10}$$



- אם השדה המגנטי (האחיד!) אינו במישור הלולאה שלנו, אלא כיוונו יוצר זווית θ (השונה מ- 2π) עם כיוון המומנט המגנטי $\vec{\mu}$ של הלולאה, אז ... מטעמי נוחיות נניח שהשדה המגנטי עדיין ניצב לצלעות שאורכן b. אז הכוחות המגנטיים על הצלעות שאורכן a אינם מתאפסים אומנם, אך הם מבטלים זה את זה משום שהם (במובן!) נגדיים, אבל גם פועלים לאורך אותו ישר, לאמור זוג כוחות בעל זרוע מתאפסת. לעומת זאת על כל צלע שאורכה b פועל אותו כוח כמו במקרה שהשדה היה במישור הלולאה, אלא שזרוע של זוג הכוחות היא עתה $a\,sin\theta$. מכאן שגם במקרה זה תופסת הנוסחה האחרונה למומנט הכוח. נציין, בלי להוכיח זאת במפורש, שהנוסחה תופסת לכל כיוון של השדה המגנטי האחיד ביחס ללולאה, וכן היא תופסת לגבי כל לולאה, לאו דווקא מלבנית, ולאו דווקא מישורית. יתר על כן, צריך להיות מובן שמשמדובר בסליל בעל N כריכות, אז המומנט המגנטי שלו הוא $N\vec{\mu}$, מקום אשר $\vec{\mu}$ הוא המומנט המגנטי של כריכה אחת.

<u>תנועת חלקיק טעון בשדה מגנטי</u>

- נתאר לעצמנו חלקיק הנושא מטען q, נע במהירות $\vec{\mathrm{v}}$, בשדה מגנטי אחיד $\vec{B}$. הכוח הפועל עליו הוא אפוא $q\vec{\mathrm{v}} \times \vec{B}$. לאמור הכוח ניצב הן למהירות והן לשדה. ועוד נניח שהחלקיק נע בניצב לשדה המגנטי, אזי עוצמת הכוח המגנטי הפועל עליו היא $q\mathrm{v}B$, וכיוונו ניצב הן למהירות והן לשדה. ועוד נדייק ונציין שאם השדה אנכי ומגמתו מעלה, המטען נע אז במישור אופקי, ומטענו חיובי, אזי הכוח פועל עליו מטה אותו ימינה. ובהיות הכוח ניצב לכיוון התנועה, אין האנרגיה של החלקיק משתנה, ומהירותו (בערכה המוחלט) קבועה. כל זה מאפיין תנועה בהשפעת כוח מרכזי, לאמור תנועה מעגלית. במילים אחרות, הכוח המרכזי שווה למסה כפולה בתאוצה המרכזית:

$$F = q\mathrm{v}B = \frac{m\mathrm{v}^2}{r} \quad . \tag{6.11}$$

מכאן אנו מוצאים מייד שרדיוס המסילה המעגלית של החלקיק הטעון בשדה האחיד הוא

$$r = \frac{m\mathrm{v}}{qB} \quad . \tag{6.12}$$

ועוד ראוי לברר שהמהירות הזוויתית של החלקיק הטעון בשדה מגנטי אחיד (הניצב למהירות החלקיק) היא

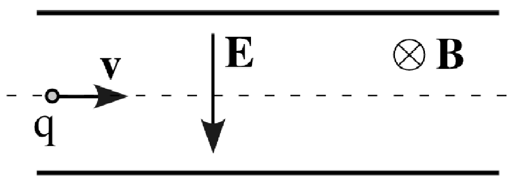
$$\omega = \frac{\mathrm{v}}{r} = \frac{qB}{m} \quad , \tag{6.13}$$

וכי מחזור התנועה המעגלית הוא

$$T=\frac{2\pi r}{\mathrm{v}}=\frac{2\pi}{\omega}=\frac{2\pi\,m}{qB}\quad. \tag{6.14}$$

מובן שאם החלקיק הטעון נע בשדה מגנטי אחיד במקביל לכיוון השדה, אין פועל עליו כל כוח, והוא ינוע לאור ישר במהירות קבועה. אולם מה קורה במקרה בכללי? – אנו דנים אפוא בחלקיק טעון הנע בשדה מגנטי אחיד כאשר הזווית θ בין כיוון התנועה לכיוון השדה מקיימת $0<\theta<\pi/2$. לא קשה לברר כי אז מסלול החלקיק הטעון הוא מה שנקרא קו בורג (או הֶליקס בלועזית). ואומנם, אם נפרק את השדה המגנטי לרכיב המקביל לשדה ולרכיב הניצב לו, אז מצד אחד החלקיק יתקדם בכיוון השדה במהירות הקבועה השווה לרכיב המהירות בכיוון הזה, ומצד שני הוא ינוע במסילה מעגלית במישור הניצב לשדה המגנטי כפי שראינו. צירוף שתי התנועות מתבטא בתנועה לאורך קו הבורג.

<u>חלקיקים נעים בשדה מגנטי – שימושים</u>



- <u>בורר מהירויות</u>: נדון בחלקיק טעון הנע במסילה אופקית בין לוחות קבל אופקיים שהעליון בהם טעון חיובית והתחתון נושא מטען שלילי. נאמר שהמטען חיובי והוא נע כמתואר בתרשים. או אז פועל עליו הכוח החשמלי qE כלפי מטה. בנוסף לכך מופעל בתחום בין לוחות הקבל שדה מגנטי אחיד אופקי, המצוין גם הוא בתרשים (מכוון "לתוך הדף"). אם מהירות החלקיק היא v, פועל על החלקיק הכוח המגנטי $q\vec{\mathrm{v}}\times\vec{B}$, שבמקרה שלנו פירושו כוח כלפי מעלה שעוצמתו $q\mathrm{v}B$. ברור שהחלקיק ימשיך לנוע במסילתו האופקית רק אם הכוחות, החשמלי והמגנטי, מאזנים זה את זה, לאמור רק אם

$$\mathrm{v}=\frac{E}{B}\quad. \tag{6.15}$$

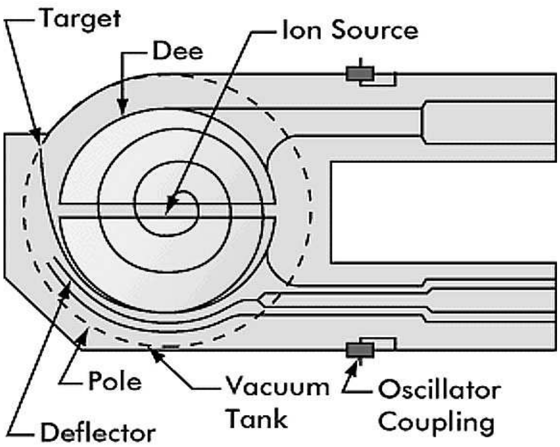
פירוש הדבר שאם (מצד שמאל בתרשים) מזריקים קרן חלקיקים בעלי מהירויות שונות, הרי רק החלקיקים בעלי המהירות המיוחדת יעברו דרך לוחות הקבל ללא סטייה ממסלולם האופקי. עבור חלקיקים מהירים יותר, יתגבר הכוח המגנטי על הכוח החשמלי, והם יוסטו כלפי מעלה. ברור באותו אופן שהחלקיקים האיטיים יותר יוסטו כלפי מטה.

- <u>ספקטרומטר מסות</u>: מדובר במערכת האמורה להפריד חלקיקים טעונים לפי המנה "מסה חלקי מטען" המאפיינת כל חלקיק. ראשית מעבירים את החלקיקים דרך בורר מהירויות, ואחר-כך נכנסת האלומה הנבחרת לשדה מגנטי אחיד הניצב למהירות. כאן נע כל חלקיק במסילה מעגלית שאת רדיוסה כבר קבענו משוויון הכוח המגנטי למסה כפולה בתאוצה המרכזית. מאותו שִוויון בדיוק נמצא ביטוי למנה הנזכרת:

$$q\mathrm{v}B=m\frac{\mathrm{v}^2}{r}\quad\Rightarrow\quad\frac{m}{q}=\frac{rB}{\mathrm{v}}=\ldots=\frac{rBB'}{E}\quad, \tag{6.16}$$

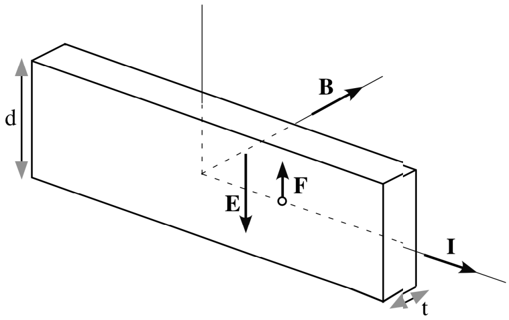
מקום שהשדות B' ו-E *מאפיינים את בורר המהירויות. הרדיוס* r *נמדד במערכת שלנו וגם השדות המגנטיים והחשמלי ידועים, וכך נקבעת המנה* המבוקשת.

- <u>ציקלוטרון</u>: מערכת המיועדת להאיץ חלקיקים טעונים, למשל פרוטונים, למהירויות גבוהות וליצור אלומה של חלקיקים בעלי אנרגיה גבוהה המשמשת לפגוע במטרה חומרית כדי לגרום ריאקציות גרעיניות. תיבה גלילית דקה עשויה מחומר מוליך, נחושת בדרך כלל, מחולקת לשניים, כמתואר בתרשים, שעליה מופעל שדה מגנטי אחיד הניצב למישור התיבה. פרוטונים המוזרקים לתיבה ינועו בה במסילה מעגלית. אולם משמפעילים בין שני חלקי התיבה מתח הרי בכל פעם שפרוטון עובר בתווך בין שני החלקים הוא מואץ, וממשיך לנוע בחצי התיבה אליה נכנס במעגל בעל רדיוס גדול, שכן האנרגיה שלו גדלה. למעשה מופעל בין חצאי התיבה מתח חילופין בתדירות המתאימה לתדירות התנועה המעגלית של הפרוטונים, כך שאחרי מעבר כל חצי מעגל הנייטרון מואץ, עד שהאנרגיה שלו מגיע לערך שהרדיוס המתאים לו מגיע לרדיוס התיבה. מרגע שהפרוטון חורג מתחום התיבה הוא ממשיך לנוע בקו ישר, וכך מתקבלת האלומה המבוקשת.



<u>אפקט הול</u>

- אם מפעילים שדה מגנטי על מוליך נושא זרם, מופיע על פני המוליך מתח בכיוון הניצב גם לכיוון הזרם וגם לכיוון השדה. תופעה זאת נודעת כאפקט הול (Hall), על שם הפיזיקאי (האמריקני) שגילה אותה (בשנת 1879). אפקט הול מתחייב מהכוח הפועל על נושאי הזרם במוליך בהשפעת השדה המגנטי. זה מתברר היטב בתרשים, המתאר את הכוח הפועל על חלקיק חיובי הנע במגמת הזרם. כתוצאה מתנועת החלקיקים (החיוביים) נושאי הזרם בהשפעת הכוח המגנטי מצטבר על-פני השפה העליונה של הפס המוליך מטען חיובי, ומופיע מתח בין השפה העליונה לתחתונה, ועל כן שדה חשמלי המכוון כלפי מטה. התהליך נמשך עד שהכוח החשמלי מאזן את הכוח המגנטי.



- קל להעריך את כל הגדלים שהזכרנו. ראשית נקבע מהו "מתח הול": במצב שיווי המשקל $qvB = qE$, מקום אשר v היא מהירות הטרידה של נושאי הזרם, ואשר E הוא "שדה הול." עתה, אם V הוא מתח הול, ורוחב הפס המוליך הוא d, אז $V = Ed = vBd$. הנה כי כן, משמודדים את V, ובהנחה כי גם B וגם d ידועים, מוצאים מהי מהירות הטרידה.
- מצד שני, נזכיר את הקשר המביע את הזרם: $I = nqvA$, מקום אשר A הוא שטח החתך של המוליך, ובאמצעותו נחלץ את מהירות הטרידה מהמשוואה עבור V: $V = IBd/nqA$. אבל אם t הוא עובי המוליך, אז $A = td$, ומכאן $V = IB/nqt$. קשר זה מראה שמוליך מכויל כהלכה יכול לשמש למדידת שדה מגנטי.

<u>חוק ביו-סבר</u>

- זמן קצר לאחר תגליתו של ארסטד שזרם משפיע על מחט מגנטית, פרסמו שני חוקרים צרפתים ביוֹ (Jean Baptiste Biot) וסָבָר (Felix Savart) את הניסויים שערכו והמסקנות שהסיקו מהם. בין השאר קבעו שהשדה המגנטי שמשרה זרם קבוע I במוליך ישר "אינסופי" במרחק r מהמוליך עוצמתו, ביחידות המעשיות, יחידות SI, היא

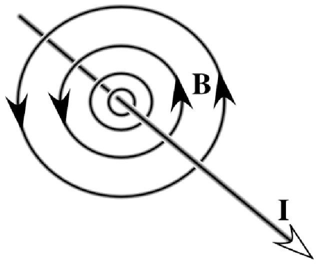
$$B=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2I}{r} \quad . \tag{6.17}$$

ערכו של המקדם הקבוע הוא

$$\frac{\mu_o}{4\pi}=10^{-7}\,\frac{T\cdot m}{A} \quad . \tag{6.18}$$

הקבוע μ_0 נקרא הפרמיאביליות של הריק. מן הראוי שבנקודה זאת נזכיר שהקשר בין החשמל והמגנטיות מחייב $\varepsilon_0\mu_0=c^{-2}$, ומכאן מתחייב כי

$$\frac{\mu_0}{4\pi}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{c^2}=\frac{9\times10^9}{9\times10^{16}}=10^{-7} \quad . \tag{6.19}$$



- ואשר לכיוונו של השדה, הריהו ניצב למוליך הישר, וכן הוא ניצב למרחק הנקודה הנדונה מהמוליך. במילים אחרות, קווי השדה המושרה הם מעגלים במישור הניצב למוליך שמרכזם על צירו, והמגמה נקבעת על פי "חוק היד הימנית." מגמת קווי השדה מתייחסת למגמת הזרם במוליך הישר כמו מגמת הסיבוב של בורג ("ימני") ומגמת התקדמותו.

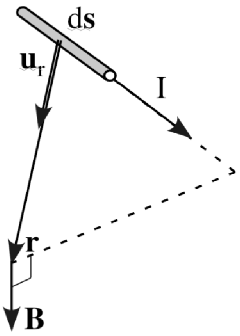
- הנה כי כן, מוליך ישר "אינסופי" נושא זרם משרה שדה מגנטי, ומצד שני על מוליך נושא זרם בשדה מגנטי פועל כוח. נברר עתה מה הכוח הפועל בין שני מוליכים ישרים אינסופיים ומקבילים, הנושאים זרמים. נדון במוליך ישר ("אינסופי") הנושא זרם I_1, שבמרחק R ממנו נמצא מוליך ישר שני, המקביל לו, ונושא זרם I_2. עוצמת השדה שמשרה המוליך הראשון במרחק R ממנו היא $B=\left(\mu_0/4\pi\right)\left(2I_1/R\right)$. זה אפוא השדה הפועל על המוליך השני. כפי שראינו בזמנו, הכוח הפועל על קטע מוליך הנושא זרם I, שאורכו L, והנמצא בשדה אחיד שעוצמתו B, הוא $\vec{F}=I\,\vec{L}\times\vec{B}$. על כן עוצמת הכוח, <u>ליחידת אורך</u>!, הפועל על המוליך השני היא

$$F=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2I_1I_2}{R} \quad . \tag{6.20}$$

ואשר לכיוון הכוח, ברור שהוא במישור שני המוליכים וניצב להם. ואילו את מגמת הכוח לא קשה לברר, והיא כזאת שאם שני הזרמים זורמים באותה מגמה, המוליכים נמשכים זה לזה, ואם מגמות שני הזרמים נגדיות המוליכים דוחים זה את זה.

- הנוסחה הזאת משמשת להגדרה המעשית של יחידת הזרם, האמפר. אם שני מוליכים ארוכים מקבילים נושאים אותו זרם, המרחק ביניהם מטר, והכוח הפועל ביניהם הוא 2×10^{-7} ניוטון למטר, או אז הזרם מוגדר כאמפר.

- בספרים שונים מתייחסים לחוק הקובע את השדה המגנטי המושרה על-ידי זרם במוליך ישר אינסופי, או לחוק הקובע את הכוח בין שני זרמים במוליכים ישרים אינסופיים מקבילים, כחוק ביו–סבר. ויש כאלה המייחסים תואר זה לביטוי המסובך יותר, הקובע את אלמנט השדה $d\vec{B}$, בנקודה כלשהי P במרחב, המושרה על-ידי אלמנט הזרם $Id\vec{s}$ בתור



$$d\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\vec{s}\times\vec{u}_r}{r^2}\quad. \tag{6.21}$$

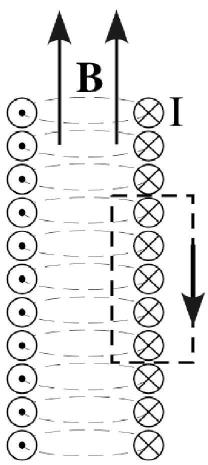
כאן r הוא המרחק מאלמנט המוליך $d\vec{s}$ אל הנקודה P, ואילו $\vec{u}_r$ הוא וקטור יחידה בכיוון מאלמנט המוליך אל הנקודה בשדה.

<u>משפט אמפר</u>

- מה קורה אם אנו מקיפים מוליך ישר אינסופי הנושא זרם קבוע I בלולאה דמיונית כלשהי, ומנסים לחשב את האינטגרל $\oint\vec{B}\cdot d\vec{x}$ לאורכה? לשם זה נדון ראשית במקרה הפשוט מאד בו הלולאה אינה אלא מעגל במישור הניצב למוליך, שרדיוסו R, *ואשר* מרכזו במוליך. בכל נקודה על המעגל עוצמת השדה המגנטי המושרה היא, כפי שאנו יודעים (שכן זהו חוק ביו–סבר), $(\mu_0/4\pi)(2I/R)$. ובכל נקודה על המעגל (כמובן!) אלמנט האורך מקביל לשדה המגנטי. קיצורו של דבר ברור כי

$$\oint\vec{B}\cdot d\vec{x}=B\oint dx=\frac{\mu_0 I}{2\pi R}(2\pi R)=\mu_0 I\quad. \tag{6.22}$$

לא קשה להשתכנע שגם אם אין הלולאה מעגל דווקא, וכן אם אינה אפילו במישור הניצב למוליך הישר, ואפילו אם אינה מישורית כלל, הנוסחה שרשמנו תקפה תמיד. יתר על כן, גם אם המסילה הסגורה הכללית שלנו מקיפה כמה וכמה מוליכים אז הנוסחה נכונה אם I הוא סכום הזרמים דרך המסילה! נעיר עוד, ליתר בהירות, שבמילים "דרך המסילה" מתכוונים לזרמים דרך כל משטח הפרוש על-פני המסילה. ועוד צריך להיות ברור כי לפי מגמת האינטגרציה נקבע הצד החיובי של משטח כלשהו הפרוש על-פניה, ועל כן זרם דרכה יכול להיות חיובי או שלילי, וכאשר מדברים על סכום הזרמים הכוונה כמונן לסכום האלגברי. התוצאה הכללית הזאת ידועה בתור משפט אמפר.



- ולבסוף, משפט אמפר תקף רק לזרמים קבועים, והוא שימושי מאוד להערכת השדה המגנטי המושרה על-ידי מערכת זרמים בעלת רמת סימטרייה גבוהה.

<u>השדה המגנטי המושרה על-ידי סליל</u>

- נדגים את הטענה האחרונה בהערכת השדה המגנטי המושרה על-ידי סליל "אינסופי" שבו זורם זרם קבוע I. בתרשים מופיע חתך אנכי של הסליל, ומגמת הזרם

תואמת את כיוון השדה המגנטי המופיע בתרשים. אם N היא צפיפות הכריכות בסליל, לאמור מספר הכריכות למטר, אז לגבי המסילה המלבנית (המקווקוות) בתרשים, שאורכה d (זה אורך הצלעות המקבילות לציר הסליל), ומגמת האינטגרציה המופיעה בתרשים,

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{x} = \mu_0 (Nd) I \quad . \tag{6.23}$$

משיקולי סימטרייה, וכיוון שהשדה המגנטי חסר מקורות (!) מתברר על נקלה שהשדה המגנטי מקביל לציר הסליל, ומכאן שהוא אחיד בתוך הסליל, ואחיד מחוצה לו. או אז ברור גם שבחוץ השדה מתאפס. המסקנה היא שעוצמת השדה האחיד בתוך הסליל היא

$$B = \mu_0 N I \quad . \tag{6.24}$$

<u>השטף המגנטי והאנלוג המגנטי למשפט גאוס</u>

- בדומה לשטף החשמלי דרך משטח, אנו דנים גם בשטף המגנטי דרך משטח S כלשהו:

$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} \quad . \tag{6.25}$$

השטף המגנטי נמדד ביחידות (המעשיות) וֶבֶּר ($weber \equiv Wb$), וברור כי

$$1Wb = 1T \cdot m^2 \quad . \tag{6.26}$$

- כבר ראינו שהשטף החשמלי דרך משטח סגור שווה למטען הכלוא בתוכו. אולם השדה המגנטי חסר מקורות: קווי השדה המגנטי סגורים, ללא התחלה או סוף. על כן ברור שהשטף המגנטי דרך משטח סגור מתאפס תמיד, לאמור

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0 \quad . \tag{6.27}$$

דיברנו בהקדמה על ארבעת משפטי יסוד, משוואות מקסוול, של תורת החשמל. עד כה נתקלנו במשפט גאוס, משפט אמפר ובמשפט האחרון (שאין לו שם) הקובע כי השדה המגנטי חסר מקורות.