

חשמל ואופטיקה לתלמידי ביולוגיה. (תשס"ד)

פרק ראשון: הקדמה ומבוא כללי.

הקדמה

- מדוע חייבים תלמידי הביולוגיה (ומדעי החיים בכלל) ללמוד פיזיקה?
הביולוגיה שעסקה עד לפני כמה עשורים בעיקר בסיסטמטיקה, לאמור בתיאור, מיון וסיווג, עוסקת עתה יותר ויותר במערכות החיים היסודיות ברמה המולקולרית. והנה, מחוץ לגרעין האטום פועלים רק שני כוחות, לאמור הכוח החשמלי (ליתר דיוק הכוח האלקטרו-מגנטי) וכוח הכבידה (גרביטציה). יתר על כן, בקנה המידה המולקולרי הכבידה חלשה מאוד בהשוואה לכוח החשמלי, ואינה ממלאת כל תפקיד. דיון בגנטיקה, אבולוציה ופיזיולוגיה, למשל, מחייב אפוא הבנה של ממש בפיזיקה. תיאורים איכותיים של התהליכים והקשרים בין המרכיבים השונים אינם מספיקים ועלולים אפילו להטעות. רק באמצעות הפיזיקה אפשר לטפל בבעיות רבות בתחום הביולוגיה בצורה יסודית ומוקפדת (ריגורוזית בלע"ז) ובדיוק גבוה. יתר על כן, המכשור החדש מבוסס ברובו על תופעות פיזיקליות שמן הראוי להבינן, בנוסף לידע הבסיסי בחשמל מעשי.

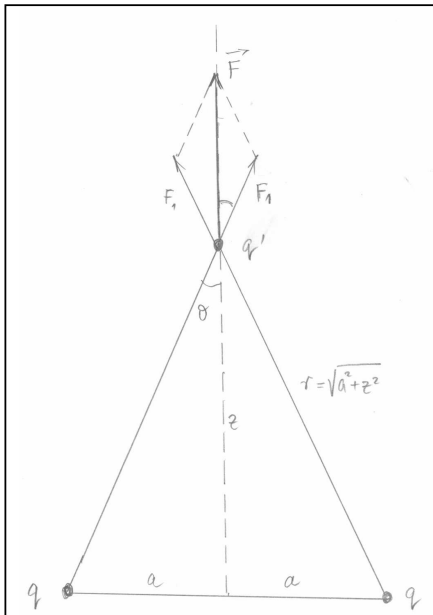
תורת החשמל מהי?

- בניסוח כללי ביותר הפיזיקה עניינה ההתנהגות של מערכות חומריות בהשפעת הכוחות הפועלים עליהן. המכניקה, בהיותה הנושא הנלמד ראשונה, כוללת את תורת התנועה באופן כללי. וכן היא כוללת את התנהגות המערכות החומריות בהשפעת הכבידה והכוח החשמלי, הכוחות

הנודעים בתור הכוחות ה"קלסיים". בהרצאה זאת, שעניינה חשמל, נדון למעשה בחוק קולון (Coulomb) ובמושגים הנגזרים ממנו, שבאמצעותם ניתן לתאר (ולחשב) את שדה הכוח החשמלי המתחייב ממערכת מטענים נתונה, ובחוק ביו-סָבֶר (Biot-Savart) הקובע, בסופו של דבר, את השדה המגנטי המתחייב ממערכת זרמים (מטענים בתנועה) נתונה.

- אולם ראוי לציין שהפיזיקה היא במידה רבה גם דרך מחשבה, ומבחינה מעשית הינה שפה שבה המילים מייצגות מושגים. למשל, הביטוי "מטעמי סימטריה" עניינו עיקרון חשוב וטעון מרכזי בפתרון בעיות שונות. כדי להדגים עניין זה הבה נדון בתרגיל (שאף הופיע כשאלת בחינה): -

- מדובר במערכת הכוללת שלושה מטענים



חיוביים, הקבועים בקודקודים של משולש שווה שוקיים שבסיסו $2a$ וגובהו z . שני המטענים בקודקודי הבסיס שווים ומטענם q , והמטען בקודקוד הנגדי הוא q' . השאלה היא, קודם לכול, מה הכוח (כוח הדחייה) הפועל על המטען q' . ברור שהמרחק של כל מטען q מהמטען q' הוא $r = \sqrt{a^2 + z^2}$, וכי, לפי חוק קולון, הכוח הפועל על המטען q' בגלל כל אחד מהמטענים q לבדו הוא $F_1 = Kq'q/r^2$. אבל זאת אומנם עוצמת הכוח, ואילו כוח כידוע הוא וקטור, וכיוונו לאורך צלע המשולש בין שני המטענים. המגמה היא כמובן כזאת שהכוח שואף להרחיק את q' מהמטען q הנדון.

• ובכן, הבעיה היא לברר איך מתחברים הכוחות שמפעילים שני המטענים q הקבועים בקודקודי הבסיס לכוח השקול הפועל על q' . הטענה שמטעמי סימטריה פועל השקול לאורך ציר הגובה של המשולש ברורה לגמרי. הנה כי כן, הכוח הפועל על q' הוא ההשלכה של הכוח F_1 על גובה המשולש כפולה בשתיים:

$$(1.1) \quad F = 2 \frac{Kq'q}{r^2} \cos \vartheta = \frac{2Kq'q}{a^2 + z^2} \frac{z}{\sqrt{a^2 + z^2}} = 2Kq'q \frac{z}{(a^2 + z^2)^{3/2}} .$$

• הסעיף הבא באותה שאלת בחינה התייחס לריבוע שבקודקודיו ארבעה מטענים (חיוביים) שווים שגודלם q , וברוחק z מהריבוע, לאורך הניצב העובר דרך מרכזו, נמצא מטען (חיובי) שגודלו q' . עוד נתון שאורך אלכסונו הריבוע הוא $2a$. ושוב הבעיה היא לקבוע את כוח (הדחייה) השקול הפועל על q' . נעניין שוב בבעיה הקודמת, של זוג המטענים בקודקודי בסיס המשולש שווה השוקיים הפועל על המטען בקודקוד הנגדי. ברור שהכוח המבוקש אינו רגיש לסיבוב המערכת סביב ציר הגובה. ועל כן בבעיה הנוכחית, של ארבעת המטענים בקודקודי הריבוע, אנו דנים בסך הכל בצירוף של שתי מערכות זהות, לאמור בהכפלה של הבעיה הקודמת, ועל כן התוצאה המבוקשת היא התוצאה הקודמת, הנתונה במשוואה (1.1), כפולה בשתיים!

• לבסוף נתבקשה תשובה לבעיה של הכוח הפועל על מטען q' הנמצא בנקודה נתונה על הניצב לטבעת מוליכה שרדיוסה a , ניצב החותך את מישור הטבעת במרכזה. המטען שנושאת הטבעת הוא Q . על סמך כלל השיקולים הקודמים, משנחלק את הטבעת ל- $2n$ גזרות שוות יהיה המטען בכל גזרה $Q/(2n)$, ואם n גדול דיו אפשר להתייחס למערכת כאל $2n$ נקודות הנושאות מטענים שווים הנמצאות על המעגל, ומרחק בין כל שתי נקודות נגדיות הוא, כמובן, $2a$. ואם זה המצב, אז אנו דנים במערכת הכוללת n מערכות זהות למערכת היסודית שבה פתחנו בדיון. מכאן שאם נציין את מרחק המטען q' ממישור הטבעת בתור z , או אז הכוח שבו פועלת הטבעת הנתונה על המטען הנקודתי לאורך צירה הוא

$$(1.2) \quad F = n \times 2Kq' \left(\frac{Q}{2n} \right) \frac{z}{(a^2 + z^2)^{3/2}} = q'KQ \frac{z}{(a^2 + z^2)^{3/2}} .$$

יחידות וממדים

• עלינו להתייחס לנושא היחידות. חוקי הפיזיקה מתבטאים באמצעות גדלים בסיסיים הדורשים הגדרות ברורות. את הגדלים הללו, כגון כוח, מהירות, תאוצה ונפח, ניתן להביע באמצעות גדלים יסודיים יותר (מושגים יסודיים) המוגדרים באמצעות השוואה לתקנים מוסכמים. מערכת היחידות המקובלת, שאותה אנו מאמצים, היא המערכת הבינלאומית (Système Internationale, או בקיצור SI), הידועה גם בתור מערכת היחידות המעשיות. שלושת הגדלים היסודיים במכניקה הם אורך, מסה וזמן, והיחידות המקובלות הן, בהתאמה, המטר (m), הקילוגרם (kg) והשנייה (s). אך לצורך הדיון בחשמל נוח להגדיר יחידה יסודית נוספת, היא יחידת הזרם, אמפר (A), ומכאן שמערכת היחידות המקובלות ידועה כמערכת היחידות MKSA. כל היחידות האחרות נגזרות מארבע אלה. אולם הואיל ואנו פותחים באלקטרו-סטטיקה, יהיה נוח (בינתיים) לבחור כיחידה היסודית הנוספת דווקא ביחידת המטען, הקולון (Q).

אורך: היחידה במערכת שאימצנו היא המטר. המטר הוגדר (ביוזמת נפוליון) בשנת 1799, בתור החלק 10^{-7} ($1/10^7 \equiv$) של המרחק מקו המשווה לציר הצפוני לאורך קו האורך העובר דרך פריז. ההגדרה עברה כמה שינויים מאז, ומשנת 1983 מוגדר המטר באופן שמהירות האור בריק היא 299792.458 ק"מ בשעה. ההגדרות של יחידות האורך המוקדמות יארד ורגל משעשעות ביותר: היארד נקבע על-ידי מלך אנגליה הנרי הראשון, אחד הבנים של ויליאם הכובש וככל הנראה המוצלח בהם, בשנת 1120. ההגדרה היתה שהיארד הוא המרחק בין קצה חוטמו של המלך לבין קצה אצבע האמה בידו המושטת לצידו. הרגל הוגדרה ע"י לואי ה-14 בצרפת, כאורך כף רגלו של המלך עצמו.

מסה: ההגדרה המקורית של יחידת המסה היתה המסה של ליטר (1000 סמ"ק) מים מזוקקים בטמפרטורה של 4° צלזיוס. אולם ההגדרה הרשמית, המקובלת משנת 1887, היא שזאת המסה של גליל העשוי נתך פלטינה-אירידיום, והשמור במשרד הבינלאומי למשקל ומדידה בעיר סֶבֶר (Sèvres) בצרפת.

זמן: ההגדרה המקורית, ה"היסטורית", של השנייה, שרבים סבורים שהיא תקפה גם היום, קובעת שהשנייה היא החלק ה- $(1/24) \times (1/60) \times (1/60)$ של יום שמש ממוצע. אולם יום שמש ממוצע הוא גודל מפוקפק, ועל כן נקבעה בשנת 1967 יחידת הזמן במערכת SI באופן שהתדירות של הקרינה המתאימה למעבר מסויים של האיזוטופ 133 של צזיום ($Cs-133$) היא 9192631770 (שעון אטומי).

מטען: יחידת המטען במערכת היחידות שאנו מאמצים היא הקולון, המוגדרת באופן שהכוח הפועל בין שני מטענים ששיעורם קולון אחד, והנמצאים במרחק מטר זה מזה – בריק! – הוא 9×10^9 ניוטון. (נציין כי להלכה במקום 9 יש לרשום 2.99792458^2)

מבנה החומר והתופעות החשמליות הבסיסיות

• אבני היסוד של החומר הם האטומים. במרכז כל אטום גרעין הנושא מטען חיובי, וסביבו נעים אלקטרונים שכל אחד מהם נושא מטען שלילי. הגרעין עצמו בנוי מנוקליאונים. זה השם הקיבוצי לנייטרונים ופרוטונים. הנייטרון, כפי שמעיד שמו, אינו נושא מטען, ואילו הפרוטון נושא

מטען חיובי השווה בערכו המוחלט למטען השלילי של האלקטרון. מספר הפרוטונים בגרעין שווה למספר האלקטרונים הנעים סביבו. הנה כי כן האטומים, המולקולות ולכן גם החומרים (בדרך כלל!), נייטרלים מבחינה חשמלית. ישנם אטומים ומולקולות שבנסיבות כאלה או אחרות אבדו אלקטרון, ויש כאלה שלכדו אלקטרון נוסף. אטומים אלה בעלי עודף מטען חיובי או שלילי נקראים "יונים" (או אַיִוִּנים; איון ביונית משמעו משוטט או נודד, שכן האיונים בתמיסה אלקטרוליטית נעים בהתאם למטען שהם נושאים לעבר האלקטרודה המתאימה). כאשר משפשפים שני חומרים שונים זה בזה, חלקיקים טעונים נתלשים מחומר אחד ועוברים לחומר האחר. אם החלקיקים הנתלשים נושאים מטען שלילי, אזי בחומר שממנו נתלשו החלקיקים נשאר עודף מטען חיובי, ובחומר שאליו עברו החלקיקים נוצר עודף מטען שלילי. מידע כללי זה, הגם שהוא איכותי בלבד, מסביר היטב את כל התופעות הבסיסיות באלקטרו-סטטיקה. ראוי אפוא לזכור את התמונה שתיארנו בזיקה למבנה החומר, שתעזור מאד להבין מה בעצם קורה בכל הניסויים הפשוטים המשמשים בסיס לתורת החשמל.

מבוא כללי לחשמל

- ובכן, מהי תורת החשמל? – אחרי שהגדרנו את יחידת המטען, הקולון, אנו יכולים לקבוע מה הכוח הפועל בין שני מטענים, ולדון בכמה עניינים יסודיים הקשורים בתורת החשמל.
- תורת החשמל דומה מאד, לכאורה, למכניקה, אלא שבמקום מסות דנים במטענים. בקביעת הדמיון בין שתי התורות מתכוונים לעובדה שחוק קולון (חוק הכוח הפועל בין שני מטענים) וחוק הכבידה של ניוטון זהים מבחינה מתמטית. כוח המשיכה בין שתי מסות נקודתיות פועל לאורך הקו המחבר אותן, ומתכונתי למכפלת המסות ולערך ההופכי של ריבוע המרחק ביניהן. גם חוק קולון הוא כזה בדיוק, אלא שבמקום "מסות" יש לומר "מטענים". אולם זהות מתמטית זאת מטעה מאד. קודם לכל הכוח החשמלי חזק הרבה יותר מן הכבידה, כפי שיתברר מייד.
- כדי להשוות בין שני הכוחות נדון בכוחות הפועלים במערכת דו-חלקיקית פשוטה ביותר, לאמור הפרוטון והאלקטרון (אטום המימן למשל). נחשב את המנה "הכוח החשמלי חלקי כוח הכבידה".

$$(1.3) \quad \frac{F_{el}}{F_{gr}} = \frac{Ke^2}{Gm_p m_e} \approx 2.3 \times 10^{39} .$$

אנא בידקו את התוצאה על-סמך הנתונים הבאים:

$$e = 1.6 \times 10^{-19} C \quad \text{הוא מטען האלקטרון, השווה (בערכו המוחלט) לזה של הפרוטון,}$$

$$K = 9 \times 10^9 Nm^2 / C^2 \quad \text{המקדם בנוסחת חוק קולון הוא (כפי שכבר ציינו)}$$

$$G = 6.67 \times 10^{-11} Nm^2 / kg^2 \quad \text{המקדם בחוק ניוטון, קבוע הכבידה, הוא}$$

$$m_p = 1.67 \times 10^{-27} kg \quad \text{מסת הפרוטון היא}$$

$$m_e = 9.11 \times 10^{-31} kg \quad \text{ומסת האלקטרון היא}$$

- כדי להעריך את עוצמת המספר המדהים הזה, הבה ננסה להעריך מנה שונה לחלוטין, את רדיוס היקום בר-התצפית חלקי רדיוס האלקטרון. איך נקבע הרדיוס הראשון? ביקום המתפשט מתרחקים כל שני עצמים במהירות המתכונתית למרחק ביניהם. מקדם המתכונת הזאת ידוע בתור הקבוע של האבל (Hubble):

$$(1.4) \quad H \approx 65 \frac{\text{km/sec}}{\text{Mpc}} \dots \text{Mpc} = 3 \times 10^{22} \text{m}.$$

אנו מסוגלים לראות עצמים רחוקים כל עוד אינם מתרחקים מאיתנו במהירות העולה על מהירות האור. מכאן שרדיוס היקום הוא

$$(1.5) \quad R = c/H \approx 1.5 \times 10^{26} \text{m}.$$

ומהו רדיוס האלקטרון? השאלה אינה פשוטה. אולם כדי לקבל מושג בזיקה לסדר הגודל של הממד הזה, נעריך את מה שידוע בתור הרדיוס הקלסי של האלקטרון, לאמור הרדיוס המתחייב מההנחה כי המסה של האלקטרון היא האנרגיה האלקטרו-סטטית שלו:

$$(1.6) \quad m_e c^2 = \frac{K e^2}{r} \Rightarrow r \approx 3 \times 10^{-15} \text{m}.$$

הנה כי כן אנו מוצאים כי המנה המבוקשת היא

$$(1.7) \quad \frac{R}{r} \approx 5 \times 10^{40}.$$

התלכדות מדהימה זאת בין שתי המנות הוליכה להשערות שונות בעלות משמעות בזיקה למבנה היקום וליסודות הפיזיקה. מכל מקום, ברור כי העוצמה של הכוח החשמלי אדירה ככל שאפשר להעלות על הדעת בהשוואה לעוצמת הכבידה.

- הכוח החשמלי נבדל מן הכבידה גם בזאת שבעוד המסות כולן מסוג אחד, ובין כל שתי מסות פועל כוח משיכה, הרי המטען החשמלי מופיע בשני סוגים, ובין מטענים מסוגים שונים, מטענים "נגדיים", פועלת משיכה, ואילו מטענים מאותו סוג דוחים זה את זה. לשם הדגמה אפשר להעריך מה הייתה הדחייה בין שני אנשים העומדים במרחק מטר האחד מן השני, אילו בכל אחד היה מספר האלקטרונים עולה באחוז אחד על מספר הפרוטונים. על-סמך הערכים המספריים שכבר ציינו, מתברר שכוח דחייה זה היה 10^{25} ניוטון בקירוב. לצורך השוואה נציין כי מסת כדור הארץ היא כ- 10^{25} ק"ג.

- כוחות אדירים אלה מסבירים את חוזק החומרים. תורת מבנה החומר, ולמעשה הכימיה כולה, אינה אלא תורת חשמל שימושית. הכוחות הקובעים את מבנה המולקולות הינם כוחות חשמליים. כבר הזכרנו כי בקנה המידה היום-יומי האיזון בין המטענים הנגדיים מושלם. בקנה המידה המיקרוסקופי הסטיות הקלות מן ההתפלגות האחידה קובעות את תכונות החומרים השונים.

- נשאלת אפוא השאלה מדוע אין החומר קורס תחתיו. נדון בגביש "איוני". אם המטענים הנגדיים נמשכים זה לזה, חייב הסריג להצטמק לנקודה. אולם משדנים במערכות זעירות, יש לתקן את חוקי הפיזיקה הקלסית: עקרון האי-ודאות (של הייזנברג) מונע את קריסת החומר. לפי עקרון זה

אי-אפשר לקבוע בעת ובעונה אחת, ובדיוק רצוי, את המיקום ואת התנע של חלקיק חומרי. המגבלה היא שמכפלת האי-ודאויות במדידות שני הגדלים עולה תמיד על גודל מינימלי, הידוע בתור הקבוע של פלנק, ולמעשה:

$$(1.8) \quad \Delta x \Delta p \geq \hbar/2 ,$$

מקום שהקבוע של פלנק הוא $h = 2\pi\hbar = 6.626 \times 10^{-34} \text{ Js}$. כדי להבין את העניין הזה, הציג הייזנברג עצמו את הניסוי המחשבתי הבא: כדי לקבוע את המיקום והתנע של אלקטרון יש קודם כל "לראות" את האלקטרון. לשם זה מטילים עליו אלומת אור עד שלפחות פוטון אחד מתפזר על האלקטרון. או אז נקבע מיקומו עד כדי אורך הגל λ של האור. אולם תוך כדי הפיזור נרתע האלקטרון, ומשתנה התנע שלו. אם התנע של הפוטון הוא $p = h/\lambda$, אז זאת גם האי-ודאות בתנע של האלקטרון.

תזכורת: הקשר $E=hc/\lambda$ מוכלל על נקלה אל $p = h/\lambda$. בתורת היחסיות המצומצמת, ברצף המרובע, זמן-מרחב הם הרכיבים של וקטור (מרובע), כך גם האנרגיה והתנע הם הרכיבים של וקטור מרובע. מתברר אפוא כי מכפלת האי-ודאויות היא אכן h ! במלים אחרות, עצם מדידת מיקום האלקטרון משנה את התנע שלו, ועל כן לא ניתן לקבוע, באותו זמן ובדיוק, גם את המיקום וגם את התנע.

- אנו מבינים אפוא, לפחות באופן איכותי, מדוע אין האטומים קורסים. אך מדוע אין הגרעינים, הכוללים פרוטונים חיוביים ונייטרונים חסרי מטען, מתפרקים? מה מחזיק אותם? אומנם בין הפרוטונים בגרעין פועלים כוחות דחייה (חשמליים) אדירים, שכן ממדי הגרעינים אף הם מסדר הגודל של כמה פרמי ($1 \text{ fermi} = 10^{-15} \text{ m}$). אולם בין כל הנוקליאונים (נזכיר כי זה השם הקיבוצי לפרוטונים ונייטרונים) פועלים כוחות משיכה חזקים אף יותר מן הכוח החשמלי, והידועים בתור הכוח החזק. אולם לכוח זה טווח קצר ביותר, באופן שכל נוקליאון חש רק בשכניו המידיים. לעומת זאת פועלים כוחות הדחייה החשמליים בין כל שני פרוטונים, שכן טווח הכוח החשמלי, כמובן, אינסופי. הנה כי כן, משנדון בגרעינים כבדים והולכים, הרי ברגע מסוים תגבר הדחייה החשמלית על המשיכה הגרעינית, והגרעין לא יהיה יציב.

- איזוטופ האורניום הכולל 238 נוקליאונים, ובהם 92 פרוטונים, הוא הגרעין הכבד ביותר המצוי בטבע. בגרעין זה עדיין מתקיים איזון בין הכוחות. ואכן מספיק עירור מסוים, בעקבות לכידת נייטרון נוסף למשל, כדי לערער את שיווי המשקל. או אז מתבקע הגרעין לשני רסיסים טעונים, המתרחקים זה מזה במהירות עצומה המתחייבת מן הדחייה החשמלית ביניהם. האנרגיה הקינטית של רסיסי הביקוע היא האנרגיה הגרעינית המשתחררת בתהליך הביקוע. מסתבר אפוא כי האנרגיה הגרעינית גם היא בסופו של דבר אנרגיה חשמלית.

- אנו דנים בכוח החשמלי, ומכירים כאמור את חוק קולון. אולם חוק זה תקף רק לגבי מטענים נחים, ואילו הכוח בין שני מטענים תלוי גם בתנועתיהם, והתלות מסובכת למדי. אף על פי כן אפשר לפשט את הטיפול בכוח החשמלי, על-סמך העובדה, המתחייבת מן הניסויים, שבכל מערכת מטענים, מסובכת ככל שתהיה, הכוח הפועל על מטען נקודתי נתון בזמן נתון, תלוי רק בגודל המטען, במקומו ובמהירותו. עובדה זאת ניתן לבטא בנוסחה הבאה:

$$(1.9) \quad \vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) .$$

האיבר התלוי במהירות נקרא הכוח המגנטי, אולם אין זה אלא כינוי בלבד, שכן מדובר בכוח אחד, הכוח האלקטרו-מגנטי. פירוש הנוסחה שרשמנו הוא שכל המידע אודות מערכת המטענים, לאמור עוצמתם של המטענים השונים, מיקומם ותנועותיהם, מתמצה בשני השדות הווקטוריים \vec{E} ו- \vec{B} , היכולים כמובן מאליו להשתנות בזמן. אם יודעים מה שני השדות האלה, יודעים מה הכוח הפועל על כל מטען בכל מקום ובכל זמן. הנה כי כן, אפשר לקבוע שהבעייה המרכזית בתורת החשמל הינה להעריך את השדה ה"חשמלי" \vec{E} ואת השדה ה"מגנטי" \vec{B} המושרים על-ידי מערכת מטענים נתונה.

עקרון ההרכבה

עקרון חשוב, המפשט מאוד את הבעיה, הוא עקרון ההרכבה (סופרפוזיציה). לפי עקרון זה אם מטען נתון משרה שדה מסוים, ומטען אחר משרה שדה אחר, אז המערכת הכוללת את שני המטענים משרה שדה חשמלי שהוא הסכום הווקטורי של שני השדות החשמליים הנזכרים, ושדה מגנטי שהוא הסכום הווקטורי של שני השדות המגנטיים. להלכה מספיק אפוא לדעת מה השדה האלקטרו-מגנטי המושרה על-ידי מטען נקודתי בודד. אולם גם זאת בעיה מורכבת למדי. אומנם השדה החשמלי המושרה על-ידי מטען נח נקבע על-פי חוק קולון והשדה במגנטי המתאים מתאפס, אולם אם המטען נע, התוצאה תלויה בצורה לא פשוטה גם במהירות וגם בתאוצה.

משוואות השדה האלקטרו-מגנטי

ככל שהחוק הקובע את השדות, החשמלי והמגנטי, המושרים על-ידי מטען נע מסובך, מתברר שהשדות עצמם משתנים במרחב ובזמן בצורה פשוטה בהשוואה. הקשרים בין ערכי השדות בנקודה מסוימת ובזמן מסוים לבין ערכיהם המתאימים בסביבה הקרובה של הנקודה ובזמנים קרובים לזמן המסוים, פשוטים למדי. אפשר אפוא לרשום את הללו בצורת משוואות דיפרנציאליות (חלקיות!). המשוואות האלה, משוואות השדה האלקטרו-מגנטי, ידועות כמשוואות מקסוול. הפתרונות של משוואות מקסוול בתנאים שונים מספקים את הפתרונות לבעיות המתעוררות בתורת החשמל. ומשנדע מה השדות שמשרה מערכת מטענים נתונה, נדע מה הכוחות הפועלים על כל מרכיב של המערכת, ונוכל לחשב את תנועתה.

שדות וקטוריים

נושאי דיונינו הם אפוא שדות וקטוריים. איך אפשר להמחיש שדה וקטורי? מקובל לעשות זאת באמצעות קווי השדה. לקווי השדה יש מגמה, והמשיק לקו בכל נקודה מציין את כיוון השדה בנקודה. צפיפות הקווים מציינת את עוצמת השדה (הערך המוחלט של הווקטור). צריך להיות ברור שקווי השדה אינם חותכים זה את זה. כמו כן נוח לתאר כל שדה כאילו הוא שדה המהירויות של נוזל אי דחיס, וכך לקבל תמונה מוחשית של השדה הנדון.

- בהמשך הדברים יתברר שכל שדה וקטורי \vec{A} ניתן לאפיין באמצעות שני גדלים: –

$$(א) \quad \text{ה"שטף"} \text{ שלו דרך משטחים סגורים, } \oint \vec{A} \cdot \vec{n} d^2S, \text{ ; } \oint \vec{A} \cdot d\vec{S}$$

$$(ב) \quad \text{ה"ערבול"} \text{ (צירקולציה) שלו לאורך מסילות סגורות, } \oint \vec{A} \cdot d\vec{\ell} .$$

• אם נדון בשדה הזרימה של נוזל אי-דחיס, נוזל בעל צפיפות קבועה, ברור שהשטף דרך כל משטח סגור מתאפס. אך אם יש מקורות (חיוביים או שליליים), אז השטף דרך משטח סגור כלשהו שווה לספיקת המקורות בתוכו. הזרימה בתחום חסר מקורות מאופיינת על-ידי קווי שדה שאינם מתחילים או מסתיימים בתחום, ובסביבה קטנה דייה הם (כמעט) מקבילים. לעומת זאת, בסביבת מקור חיובי קווי השדה מתבדרים, ואם המקור שלילי, הקווים מתכנסים. בסביבת מקור נקודתי הזרימה רדיאלית, וברור שמקור כזה הוא נקודה סינגולרית בשדה הזרימה.

משפט גאוס

המשפט הראשון בתורת החשמל מתייחס למרכיב החשמלי של השדה האלקטרו-מגנטי, וקובע שהשטף של השדה החשמלי (\vec{E}) דרך משטח סגור מתכונתי למטען הכולל בתוכו. במילים אחרות, פרט למקדם התלוי במערכת היחידות שנבחר, השטף שווה לסכום (האלגברי!) של המטענים בתוך המשטח הסגור. באנלוגיה לשדה המהירויות של נוזל אי-דחיס, אפשר לומר שהמטענים הם המקורות של השדה החשמלי.

משפט זה נקרא משפט גאוס, והוא הכללה של חוק קולון. כבר הזכרנו שחוק קולון אינו תקף למטענים נעים. והנה משפט גאוס נכון תמיד, בלי קשר לתנועת המטענים. מכל מקום, אם נקיף מטען נקודתי (נח!) בכדור שמרכזו במטען ורדיוסו r_1 , יהיה השטף של השדה החשמלי (או בקיצור השטף החשמלי) דרך הכדור $4\pi r_1^2 E_1$, שכן ברור שהשדה קבוע על-פני הכדור וכיוונו ניצב לפני הכדור. משנודון בכדור אחר שמרכזו במטען הנקודתי ורדיוסו r_2 , יהיה השטף החשמלי דרכו $4\pi r_2^2 E_2$. הואיל ומשפט גאוס קובע כי בשני המקרים מדובר באותו שטף בדיוק, אנו מסיקים כי אכן

$$(1.10) \quad \frac{E_2}{E_1} = \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2 \Rightarrow E \propto \frac{1}{r^2} .$$

השדה המגנטי חסר-מקורות

המשפט השני עניינו השטף המגנטי דרך משטח סגור. המשפט קובע כי שטף זה מתאפס תמיד. במילים אחרות, השדה המגנטי חסר מקורות, אין קטבים מגנטיים בודדים, אין "מונופולים" מגנטיים.

משפט פרדיי

המשפט השלישי עוסק בערבול השדה החשמלי. אנו יודעים (או לפחות, אמורים לדעת) שהשדה הקולומבי, לאמור השדה האלקטרו-סטטי, הוא שדה משמר. שדה כזה מאופיין על-ידי פוטנציאל סקלרי שממנו נגזר השדה כמינוס הגרדיינט (של הפוטנציאל). בשדה משמר אין האינטגרל הקווי של השדה לאורך מסילה כלשהי תלוי אלא בנקודת ההתחלה ונקודת הסיום. פירוש הדבר שהערבול של שדה משמר מתאפס באופן זהותי, תמיד, וסביב כל מסילה סגורה. אולם במקרה הכללי, כאשר דנים במערכות מטען המשתנות במשך הזמן, משתנים גם השדות החשמלי והמגנטי בזמן. בשדה אלקטרו-מגנטי משתנה לא תמיד מתאפס הערבול של השדה החשמלי. המשפט שבו אנו דנים, הידוע כמשפט פרדיי (Faraday), קובע שהערבול של השדה החשמלי לאורך מסילה סגורה מתכונתי לשינוי השטף המגנטי דרכה. ליתר דיוק, הערבול מתכונתי לנגזרת לפי הזמן של השטף המגנטי דרך משטח הפרוש על-פני המסילה, לאמור משטח שהמסילה היא שפתו. משפט פרדיי אינו אלא חוק ההשראה, שעליו מבוססים הגנרטור החשמלי והשנאי.

משפט אמפר-מקסוול

המשפט הרביעי והאחרון מתייחס לערבול השדה המגנטי. לפי המשפט, משפט אמפר, הערבול המגנטי סביב מסילה סגורה שווה לזרם דרכה. זה אינו אלא חוק ביו (Biot) - סבר (Savart), שבאחד מניסוחיו קובע שהשדה המגנטי סביב מוליך ישר, הנושא זרם קבוע, הוא כזה שקווי השדה בו הם מעגלים במישורים הניצבים למוליך, מעגלים שמרכזיהם במוליך. אולם כמו במקרה חוק קולון, המשפט שניסחנו תקף רק לגבי זרמים קבועים. משמדובר בשדות משתנים, יש לתקן את ניסוח המשפט. המשפט המתוקן קובע שהערבול המגנטי שווה לסכום הזרם דרך המסילה הסגורה והנגזרת לפי הזמן של השטף החשמלי דרכה. הניסוח המתוקן של משפט אמפר הוא של מקסוול, ועל כן קרוי המשפט המתוקן על-שם שניהם.

קיצור תולדות תורת החשמל (למשכילים המתעניינים בלבד)

כמעט כל סקירה היסטורית של נושא טכני או מדעי מתחילה במשפט "כבר היוונים הקדמונים ידעו כי ... " ואכן, אשר לתורת החשמל, ידעו היוונים שהמינרל מגנטטי (Fe_2O_3) מושך ברזל. השם מגנטטי (ואחר כך גם המונח מגנט) נגזר משם חבל הארץ מגנזיה בצפון יוון של ימינו. יש הסבורים שהיוונים ידעו גם כי ענבר משופשף מושך עצמים קלים. ענבר ביוונית אלקטרון, ומכאן המונח אלקטריות ובעברית חשמל, שכן מילה זאת בפסוק " ... ואש מתלקחת ונוגה לו סביב ומתוכה כעין החשמל מתוך האש" (יחזקאל א', ד) מופיעה בתרגום השבעים כאלקטרון.

- נדלג למאה ה-13. צלבן צרפתי, פייר דה-מריקור, השאיר בכתובים חיבור שעניינו המגנט. הוא שגילה את הקטבים המגנטיים, וידע שקטבים נגדיים מושכים וקטבים שווים דוחים זה את זה. כן ידע שניתן למגנט ברזל על-ידי העברת מגנט טבעי על פניו. ויליאם גילברט, מלומד דגול בדורותיו (המאה ה-16), שהיה גם רופאה האישי של מלכת אנגליה אליזבת הראשונה, כתב ספר "על המגנטים". ספר זה, הנחשב לחיבור המדעי הראשון שנושאו המגנטים, כולל את כל מה שהיה ידוע אז על מגנטים. גילברט הוא שגילה שכדור הארץ עצמו הוא מגנט. ועוד נציין כי בשנת 1785 הראה קולון שחוק הדחייה והמשיכה בין קטבים מגנטיים זהה לחוק הכוח בין מטענים חשמליים הנושא את שמו.

- בגלל שימושיותו של המגנט כמצפן, טבעי הדבר שהעיסוק במגנטיות היה רציני יותר מהעיסוק בחשמל. את תופעות החשמל הסטטי היה נהוג להדגים בחוגי המשכילים, כמו גם בקרקסים, לשם שעשוע. סוחר אמיד ומדען חובב, אוטו פון גריקה, הזכור בעיקר כממציא משאבת ריק והדגמת פעולתה ב"כדורי מגדבורג" הנודעים, המציא (בשנת 1670) מכונה ליצירת חשמל סטטי המבוססת על כדור גופרית מסתובב. רק בראשית המאה ה-18 התברר שישי מוליכים ומבדדים, וכי קיימים מטענים חיוביים ושלייליים. הקבל הראשון, צנצנת לידן, נבנה בשנת 1745, ואלקטרוסקופ עלי הזהב ב-1787.

- באותו זמן, בעשור האחרון של המאה ה-18, בנה וולטא את הסוללה הראשונה. גלֶבְנִי, שגם שמו כרוך בסיפור הסוללה, היה פיזיולוג (ולא פיזיקאי) שגילה (במקרה!) שגירוי חשמלי של העצבים מפעיל שרירים. מכל מקום, מיום שנמצאה סוללה עמד לרשות החוקרים מקור זרם, ונפרצה הדרך להוכיח את הקשר בין חשמל למגנטיות.

- הקשר הזה הוכח הלכה למעשה רק בשנת 1820 על-ידי אֶרְסְטֵד (Ørsted), אחרי כמה וכמה נסיונות כושלים במשך שנים. מי שבאמת הגדיל לעשות בעניין זה היה אמפר (Ampère). אחרי שנכח בהדגמת התגלית של ארסטד, פיתח תוך זמן קצר את הבסיס העיוני של המגנטו-סטטיקה, הסיק מה הכוחות הפועלים בין מוליכים נושאי זרם, וקבע את התכונות המגנטיות של סלילים.
- בשנת 1831 גילה פֶרְדֵי (Faraday) את חוק ההשראה. ראוי לדעת שפרדיי, בנו של נפח דל אמצעים, עסק תחילה בחלוקת עיתונים, ואחר-כך היה לכורך ספרים. את כל השכלתו הכללית והמדעית רכש תוך לימוד עצמי, ולימים נעשה עוזר במעבדה לכימיה פיזיקלית.
- לסיום הסקירה נציין את שמו של מַקְסוֹל (Maxwell). הוא הגיע לניסוח סימטרי ומלא של משוואות השדה האלקטרו-מגנטי, הלוא הן משוואות מקסוול (1864), ומאז בידנו תורה סדורה ושלימה של שדה הכוח החשמלי.

ספרות מומלצת

ספרי הלימוד שנושאים פיזיקה כללית לתלמידי מדעי הטבע רבים מאד, ומרביתם סבירים. אך בשנים האחרונות הופיעו כמה וכמה ספרים חדשניים, הן בדרך הצגת הדברים והן בריבוי דוגמות לשימושים השונים בחומר הנלמד. ספרים אלה גם נאים ומשופעים בתמונות ובתרשימים. נציין ארבעה מאלה:

P.A. Tipler: Physics for Scientists and Engineers.

Freeman and Company. Fourth edition, 1999

D. Halliday, R. Resnick and J. Walker: Fundamentals of Physics

Wiley & Sons, Fifth edition, 1997

R.A. Serway: Physics for Scientists & Engineers, with Modern Physics.

Saunders College Publishing. Fourth edition, 1996

S.G.G. MacDonald and D.M. Burns: Physics for the Life and Health Sciences.

Addison-Wesley. 1975