

פתרון השאלון במועד א' (תשס"ד)

שאלה מס' 1

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{a^2} = \frac{\beta}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{Q_1}{a} \right)^2 \quad (\text{א})$$

(ב) אם נניח שציר המטענים מתלכד עם הציר x , המטען Q_1 נמצא בראשית, ואילו Q_2 בנקודה $x = a$, כי אז

$$E\left(\frac{a}{2}\right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{Q_1}{a^2/4} - \frac{Q_2}{a^2/4} \right) = -\frac{Q_1}{\pi\epsilon_0 a^2} (\beta - 1)$$

זאת, כמובן, עוצמת השדה. כיוונו לאורך הציר ובמגמה השלילית.

(ג) קודם לכל, הואיל ושני המטענים חיוביים, הנקודה x שבה השדה מתאפס נמצאת בין המטענים, ומתקיים בה השוויון

$$\frac{Q_1}{x^2} = \frac{Q_2}{(a-x)^2} \Rightarrow \frac{1}{x^2} = \frac{\beta}{(a-x)^2} \Rightarrow (\beta - 1)x^2 + 2ax - a^2 = 0$$

ומכאן שהנקודה היא

$$x = \frac{1}{\beta - 1} \left(-a \pm \sqrt{a^2 + (\beta - 1)a^2} \right) = \frac{a}{\beta - 1} (-1 \pm \sqrt{\beta})$$

הואיל והפתרון המבוקש חייב להיות חיובי (!), יש לבחור את הפתרון עם $+$ לפני השורש, לאמור

$$x = \frac{a(\sqrt{\beta} - 1)}{\beta - 1} = \frac{a}{1 + \sqrt{\beta}} .$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{Q_1}{4a^2} + \frac{Q_2}{a^2} \right) = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 a^2} (\beta + 1/4) \quad (\text{ד})$$

זאת עוצמת השדה, וכיוון ששני המטענים חיוביים, כיוונו במגמה החיובית של הציר x .

(ה) התאוצה של חלקיק, שמסתו m והכוח הפועל עליו F , היא $a = F/m$. ועל כן התאוצה המבוקשת היא

$$a = \frac{q}{m} E ,$$

מקום אשר E היא עוצמת השדה שהתקבלה בסעיף ד'.

(ו) חמש התשובות המספריות הן

- 1) $F = 108.9 \text{ newton}$,
 - 2) $E = 1.2 \times 10^7 \text{ volt/m}$,
 - 3) $x = 3 \text{ cm}$,
 - 4) $E = 2.0857 \times 10^7 \text{ volt/m}$,
 - 5) $A \approx 2 \times 10^4 \text{ m/sec}^2$.
-

שאלה מס' 2

(א) ההתנגדות של חוליית שני הנגדים המקבילים נתונה על-פי הכלל

$$\frac{1}{R_1} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} = \frac{2}{R} \Rightarrow R_1 = \frac{1}{2} R$$

והתנגדות הכוללת היא אפוא

$$R_e = R_1 + R = \frac{3}{2} R = 30 \text{ k}\Omega$$

(ב) הזרם הכולל דרך המערכת הוא לכן

$$V = R_e I \Rightarrow I = \frac{V}{R_e} = \frac{30 \text{ volt}}{30 \times 10^3 \Omega} = 10^{-3} \text{ amp} = 1 \text{ mA}$$

(ג) המתח המבוקש הוא המתח על-פני חוליית הנגד הבודד, לאמור

$$V_1 = RI = (20 \times 10^3 \Omega) \times (10^{-3} \text{ amp}) = 20 \text{ volt}$$

(ד) הזרם הכולל הוא הזרם דרך חוליית הנגד הבודד, לאמור:

$$V_1 = RI \Rightarrow I = \frac{V_1}{R} = \frac{(50/3) \text{ volt}}{20 \times 10^3 \Omega} = \frac{5}{6} \text{ mA}$$

(ה) המתח על-פני חוליית הנגדים המקבילים הוא $V - V_1 = \frac{90 - 50}{3} = 13 \frac{1}{3} \text{ volt}$

(ו) ההתנגדות הכוללת של חוליית זוג הנגדים במקביל היא

$$R_1 = \frac{V - V_1}{I} = \frac{40}{3} \times \frac{6}{5} \times 10^3 = 16 \text{ k}\Omega .$$

התנאי להתאבדות הדרגת הניכור בין סדרים בטווח:

$$\theta_{\min} = (m + 1/2) \frac{\lambda}{d} = \pm \frac{\lambda}{2d} \quad (m = 0, 1)$$

ההטות הקטנים ביותר

$$x_{\min} = \theta_{\min} \cdot L = \pm \frac{\lambda L}{2d} = \frac{3 \text{ m} \cdot 1000 \text{ m}}{2 \cdot 30 \text{ m}} = 50 \text{ m}$$

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \times 10^8 \text{ m/s}}{100 \times 10^6 \text{ 1/s}} = 3 \text{ m}$$

ה - x יהיה:

$$\begin{cases} d = 30 \text{ m} \\ L = 1000 \text{ m} \end{cases}$$

2. הסינתזה של שני סוגים של שני תדרים במצב זהים או שונים במעט:

$$f = A \sin \omega_1 t + A \sin \omega_2 t = 2A \sin \left[\frac{(\omega_1 + \omega_2)t}{2} \right] \cos \left[\frac{(\omega_1 - \omega_2)t}{2} \right]$$

$$\bar{f} = \frac{100 \text{ MHz} + 100.5 \text{ MHz}}{2} = 100.25 \text{ MHz}$$

(שני סוגים) עם תדרים קרובים: 100.25 MHz

שיעור האורך של שני תדרים קרובים: $\Delta f = \frac{100.5 - 100}{2} \text{ MHz} = 0.25 \text{ MHz}$

ההפרש בין שני תדרים קרובים הוא כמעט זהה לזה של התדר הממוצע. $\Delta T = \frac{\Delta f^{-1}}{2}$ זה האפקט של ההפרש בין שני תדרים קרובים.

3. האורך של שני תדרים קרובים הוא כמעט זהה לזה של התדר הממוצע. $\frac{\lambda}{4}$ זה האורך של שני תדרים קרובים.

הפרש התדרים בין שני תדרים קרובים הוא כמעט זהה לזה של התדר הממוצע.

$$dx = d \sin \theta = \frac{\lambda}{4} = \left(\frac{1}{2} + m \right) \lambda \quad m = 0, \pm 1, \dots$$

הפרש התדרים בין שני תדרים קרובים הוא כמעט זהה לזה של התדר הממוצע. זה האפקט של ההפרש בין שני תדרים קרובים.

$$\theta \approx \left(\frac{m + 3/4}{d} \right) \lambda ; x = \left(\frac{m + 3/4}{d} \right) \lambda L$$

ה - x יהיה הקטנים ביותר לאלה הם:

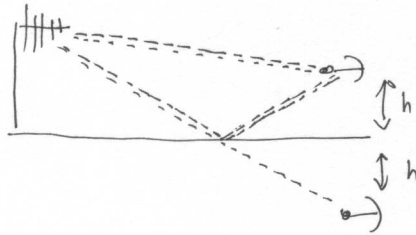
$$x_+ = \frac{3\lambda L}{4d} ; x_- = -\frac{1}{4} \frac{\lambda L}{d}$$

$$= 75 \text{ m} \quad = 25 \text{ m}$$

המרחק היא כמו סקילה צדק 30 רחב. התנאי להתאבולת הווסת הולו:

$$\theta_{\min} = \frac{\lambda}{d} \rightarrow x_{\min} = \frac{\lambda L}{d} = 100 \text{ m}$$

המרחק אקויוולנט להתאבולת לשני צדדים:



אלו המרחק המינימל למקור אור הפולקט של צדדים, התנאי להתאבולת

הוא הווא התנאי להתאבולת הוא דבור מדבר ללא ההפרת פולקט.

$$\theta_{\min} = \underbrace{m}_{1} \frac{\lambda}{d} = \frac{\lambda}{2h}$$

($x=0$ אור) 1

$$x = \theta_{\min} \cdot L = \frac{3 \text{ m} \cdot 1000 \text{ m}}{2 \cdot 30 \text{ m}} = 50 \text{ m}$$

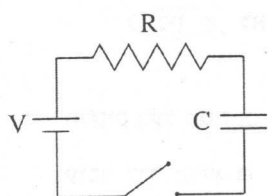
מספר זהות: _____

חלק ב'

יש לרשום תשובה סופית במשבצות הנתונות (או להקיף תשובה נכונה אם השאלה "אמריקאית"). ניתן לרשום תשובה מלאה גם במחברת ולקבל ניקוד חלקי במידה והתשובה הסופית שגויה. יש לענות על 8 מתוך 12 השאלות. ערכה של כל שאלה 5 נקודות.

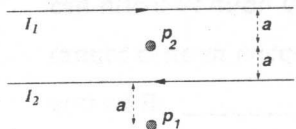
1. נתונים N קבלים זהים. יחס הקיבולת בין המעגל בו הקבלים מחוברים במקביל לבין מעגל בו הקבלים מחוברים בטור הוא 100. למה שווה N? באיזה מעגל הקיבולת גבוהה יותר?

ערכו של N: $N=10$ המעגל עם C השקול הגבוה: $C_{\text{קב}} = N^2 C = 100C$
 $C_{\text{טור}} = NC$
 $C_{\text{קב}} = N^2 C = 100C$
 $C_{\text{טור}} = NC$



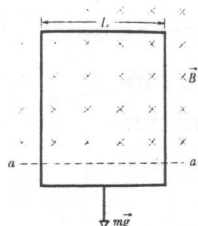
2. ב- $t < 0$ המעגל המתואר בצירוף פתוח והקבל מרוקן. ב- $t=0$ נסגר המעגל. תוך כמה זמן תגיעה כמות המטען על-פני הקבל לכדי מאית מערכה ב- $t \rightarrow \infty$? תשובה: _____
 $Q(t) = Q_{\infty} (1 - \exp(-t/RC))$
 $\frac{Q(t)}{Q_{\infty}} = 1 - \exp(-t/RC)$
 $\frac{1}{100} = 1 - \exp(-t/RC)$
 $\exp(-t/RC) = \frac{99}{100}$
 $t = RC \ln \frac{100}{99} \approx 0.01 RC$

$B \propto \frac{I}{r} \Rightarrow$
 $\Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{3a}{a} = 3$
 $\Rightarrow I_1 = 8A \times 3 = 24A$

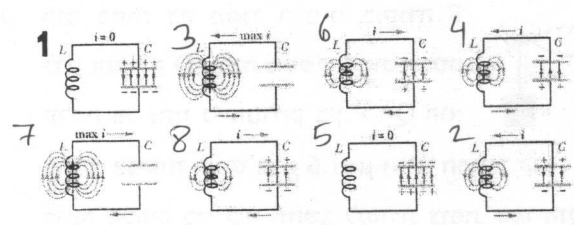


3. נתונה מערכת כבצירוף. התיל התחתון נושא זרם של $I_2=8A$. התיל העליון נושא זרם בכיוון ההפוך. כמו כן, נתון שהשדה המגנטי מתאפס בנקודה P_1 . מהו הזרם בתיל העליון? תשובה: 24A

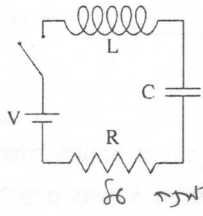
$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = -L \frac{dI}{dt}$
 $I = \mathcal{E}/R = L \frac{dI}{dt} / R$
 $F_B = L I B = \frac{L^2 B^2 v}{R}$
 $F_g = mg$
 $F_B = F_g \rightarrow mg = \frac{L^2 B^2 v}{R}$



4. לולאה מוליכה ברוחב L, ובהתנגדות R ומסה m נופלת נפילה בשדה מגנטי אחיד, הקיים רק מעל לקו נתון. במהלך נפילתה הלולאה מאיצה ומגיעה למהירות סופית v. ללא התנגדות אוויר, למה שווה מהירות זו? תשובה: $v = \frac{Rmg}{L^2 B^2}$ כיוון: _____



5. סדרו את מצבי המעגל לפי הסדר הכרונולוגי המתאים. (רשמו 2 עד 8 ליד הציורים המתאימים).



6. נתון המעגל RLC כמתואר בציור. המעגל נסגר לאחר שהיה פתוח זמן רב (כך שהקבל מפורק ממתח). אילו מהמשפטים הבאים נכונים? (הקיפו בעיגול את התשובה הנכונה)

א. ברגע שהמעגל נסגר, המתח על הסליל שווה למתח על פני הסוללה. $I = Q = 0$ $t = 0$ \rightarrow אכן המתח $\neq 0$

ב. ברגע שלאחר סגירת המעגל, המתח על הקבל שווה למתח על פני הסוללה. נכון לא נכון

ג. זמן רב לאחר סגירת המעגל, המתח על פני הקבל שווה למתח על פני הסוללה. נכון לא נכון

ד. זמן רב לאחר סגירת המעגל, הזרם דרך הנגד שווה לאפס. נכון לא נכון

(4) $F_{cen} = F_B$

$\frac{mv_0^2}{R} = qv_0 B ; R = d/2$

$\rightarrow v_0 = \frac{qBd}{2m}$

$F_E = F_B \rightarrow qE = qv_0 B$

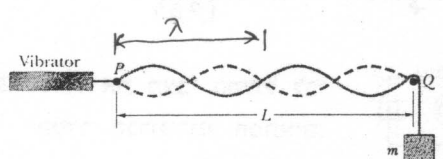
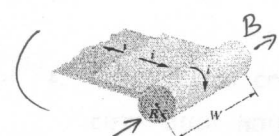
$\rightarrow E = v_0 B = \frac{qB^2 d}{2m}$

7. חלקיק בעל מסה m ומטען $+q$ נע במהירות v_0 לא ידועה. הוא עובר דרך חריץ בקיר, נכנס לאזור עם שדה מגנטי B , ויוצא מחריץ נוסף הנמצא במרחק d מהחריץ הראשון כמתואר בציור. כעת חוזרים על הניסוי עם שדה חשמלי E בנוסף לשדה המגנטי ומתקבל כי תנועת החלקיק היא קו ישר מהחריץ הראשון. מה ערכו וכיוונו של E ?

ערכו של E : $\frac{qB^2 d}{2m}$; כיוונו של E : \downarrow (כך שיתאזן F_B)

8. נתון פס נחושת ברוחב w כמתואר בציור, היוצר "צינור" ברדיוס R ושני משטחים מקבילים קרובים מאד. א. למה שווה השדה המגנטי בתוך הצינור? (הניחו כי הוא זניח בחוץ). גודל וכיוון כמובן! תשובה: $B = \frac{\mu_0 i}{w}$

ב. למה שווה השראות פס מתכת זה? תשובה: $\Phi = B \pi R^2 = \frac{\mu_0 i \pi R^2}{w} \rightarrow L = \frac{\Phi}{i} = \frac{\mu_0 \pi R^2}{w}$



9. חוט מתוח בין מתנד הרמוני בנקודה P לבין הנקודה Q ממנה ממשך החוט למסה תלויה m. נתון כי המרחק בין P ו-Q הוא

1.2m, צפיפות החוט $\mu = 1.6 \text{ g/m}$ ואילו המתנד קבוע בתדירות 120 Hz. האמפליטודה ב-P קטנה מספיק כדי שזו תחשב לנקודת צומת, כמו הנקודה Q. מה המסה הדרושה על-מנת

שהגל העומד עם $n=4$ (כמתואר בציור) יעורער? מסה דרושה: _____

$\lambda = \frac{L}{2} \quad f = 120 \text{ Hz}$

$\lambda = \frac{v}{f} \rightarrow v = \lambda f = 120 \cdot \frac{1.2}{2} = 72 \frac{m}{s}$

$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \sqrt{\frac{mg}{\mu}} \rightarrow m = \frac{v^2 \mu}{g} = \frac{(72)^2 \frac{m^2}{s^2} \cdot 1.6 \frac{g}{m}}{9.8 \frac{m}{s^2}} = 846 \text{ g} = 0.846 \text{ kg}$

10. נתונים שני סדקים במרחק של 0.2mm זה מזה. קרן לייזר באורח גל של 500nm מוקרנת דרך הסדקים ומופיע פס התאבכות בונה "הראשונה" מול הסדקים בזווית של $\theta = 0$ (דהיינו סדר 0). מה תהיה הזווית θ בה תופיע ההתאבכות הבונה הרביעית (דהיינו סדר 3)? (הניחו קירוב של זוויות קטנות).
 $d \sin \theta = m \lambda$, $\sin \theta \sim \theta$, $m=3$

תשובה:
$$\theta = \frac{3\lambda}{d} = \frac{3 \times 5 \times 10^{-7} \text{ m}}{2 \times 10^{-4} \text{ m}} = 7.5 \times 10^{-3} \text{ rad} = 0.43^\circ$$

11. מהו הפרש הפאזה בין שני גלים זהים (פרט לפאזה) אם סכומם נותן גל עם אמפליטודה

הקטנה פי 2 מכל גל בנפרד?

הפרש במעלות: 151° הפרש באורכי גל: 0.42 אורך גל (צייניו כמספר חצי גלים)
 360°
 $A = 2A_0 \cos\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right) = \frac{1}{2}A_0 \Rightarrow \Delta\phi = 2 \cos^{-1}\left(\frac{1}{4}\right) = 151.0^\circ = 0.42 \text{ אורכי גל}$

12. טיל נע במהירות 240 מטר לשנייה, לכיוון מקלט. הטיל משמיע צליל בתדירות $f=1250\text{Hz}$. הניחו כי מהירות הקול היא 340 מטר לשנייה.

א. איזו תדירות תיקלט במקלט, לפני המעבר ולאחריו?

לפני מעבר הטיל: 4250 Hz אחרי המעבר: 733 Hz

ב. המקלט משדר חזרה הד בתדירות זהה לזו שמגיעה אליו. הד זה נקלט בטיל. מהי התדירות הנקלטת?

תדירות קליטה בטיל: 7250 Hz (התקדמות) / 216 Hz (התרחקות)

$f_0 = 1250 \text{ Hz}$

$$f_1 = \frac{f_0}{1 - \frac{v_{rel}}{v_s}} = \begin{cases} \frac{f_0}{1 - \frac{240 \text{ m/s}}{340 \text{ m/s}}} = 4250 \text{ Hz} & \text{התקדמות} \\ \frac{f_0}{1 + \frac{240 \text{ m/s}}{340 \text{ m/s}}} = 733 \text{ Hz} & \text{התרחקות} \end{cases}$$

אורך גל

מכאן נראה שצריך להשתמש בתדירות הנקלטת כמקור גל. התשובה היא שצריך להשתמש בתדירות הנקלטת כמקור גל.

$f_2 = \left(1 + \frac{v_{rel}}{v_s}\right) f_1 = \left(1 + \frac{2.4}{3.4}\right) 4250 \text{ Hz} = 7250 \text{ Hz}$
 (התקדמות) / (התרחקות)

$f_2 = \left(1 + \frac{v_{rel}}{v_s}\right) f_1 = \left(1 - \frac{2.4}{3.4}\right) 733 \text{ Hz} = 216 \text{ Hz}$
 (התרחקות) / (התקדמות)