ריאקציות תרמוגרעיניות בכוכבים (Thermonuclear Reactions)

<u>ראשי פרקים</u>: * חישוב קצב הריאקציות הגרעיניות:

- ביטוי לקצב - "מינהור" - התפלגות מקסוול
- ה- Gamow Peak.

* "תוספות" לתמונה הבסיסית - מיסוך

- ריאקציות רזוננטיות
- ריאקציות בסביבה מנוונת.

* תהליכים בכוכבים:

PP chain
CNO cycle
He burning
וכו'...

חומר נוסף על: http://www.phys.huji.ac.il/~shaviv → click on: "for students"

קצב ריאקציות גרעיניות:

נסתכל על הריאקציה: $a + X \to Y + b + Q$

חתך הפעולה לריאקציה מוגדר כ-

$$\sigma(v) = \frac{\left(\dfrac{\text{מספר אינטראקציות}}{\text{לגרעין } X \text{ ליח' זמן}}\right)}{\text{שטף יחסי של חלקיקים} \left(= \dfrac{\text{מס' חלקיקים}}{\text{ליח' זמן ליח' שטח}}\right)}$$

מהירות יחסית

$a \longrightarrow v_{rel}$; X

שטח אפקטיבי לאינטראקציה

$v \, n_a \phi(v) \equiv$ שטף החלקיקים a במהירות v

קצב הריאקציות יהיה:

$$r_{aX} = \frac{n_a n_X}{(1+\delta_{aX})} \int_0^\infty \sigma(v)\, \phi(v)\, v\, dv \equiv \frac{1}{(1+\delta_{aX})} \frac{\rho^2 N_A^2 X_a X_X}{A_a A_X} \langle \sigma v \rangle$$

צפיפות החלקיקים a, X ליח' נפח.

ההתפלגות (המנורמלת ל-1) למצוא זוג חלקיקים עם מהירות יחסית v

מספר אבוגדרו. ; mass fraction ; משקלים מולקולריים.

- הפקטור $\frac{1}{1+\delta_{aX}}$ מופיע היות ואם החלקיקים a ו- X זהים (דהיינו $\delta_{aX}=1$) מספר הזוגות ליח' נפח הוא לא n_X^2 אלא $\frac{1}{2} n_X^2$!

- ההתפלגות $\phi(v)$ עצמה (התפלגות המהירות היחסית) היא התפלגות M.B. :

$$\phi(v)\,dv = 4\pi v^2 \left(\frac{\mu}{2\pi kT}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{\mu v^2}{2kT}\right) dv$$

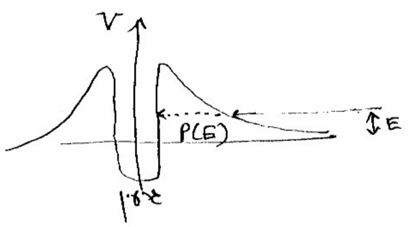
$$\mu = \frac{M_a M_x}{M_a + M_x}$$ זו המסה המצומצמת. (Reduced mass).

אם נכתוב $E = \mu v^2/2$ ונציב בביטוי ל- $\langle \sigma v \rangle$, נקבל:

$$\langle \sigma v \rangle = \left(\frac{8}{\pi\mu}\right)^{1/2} \left(\frac{1}{kT}\right)^{3/2} \int_0^\infty \sigma(E)\, E\, e^{-E/kT}\, dE$$

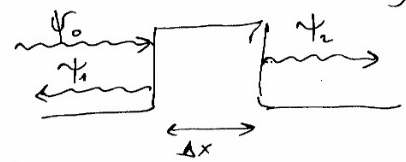
חתך הפעולה $\sigma(E)$:

חתך הפעולה מכיל שני מרכיבים:



1. סיכוי החדירה ב מחסום הפוטנציאל הקולומבי: P(E)
2. חתך הפעולה "הגרעיני" שמכיל את כל הפיסיקה הגרעינית ("המסובכת")

נסתכל על מחסום פוטנציאל מלבני:



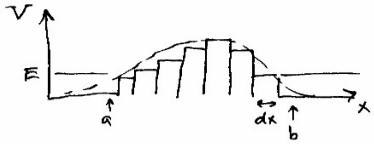
פתרון לסיכוי החדירה ניתן בקירוב:

$$P = \frac{|\Psi_2|^2}{|\Psi_0|^2} \simeq \exp(-2\lambda\Delta x)$$

כאשר:

$$\lambda^2 \equiv \frac{2m}{\hbar^2}(V - E)$$

הקירוב נכון עבור $\lambda\Delta x \gg 1$. אם נניח כעת בעיה מהצורה הבאה:
נקבל שתחת אותו קירוב, ובהנחה הנוספת ש- V משתנה לאט לעומת λ, הסיכוי חדירה יהיה:



$$P \simeq \exp\left(-\int_a^b \lambda(x)\,dx\right)$$

ניתן להגיע לקירוב זה בדרך פורמלית (וזה נקרא WKB).

Classical turning point $\rightarrow R_{c.T}$

$$-2\int \lambda(x)\,dx = -\int_{r_{in}}^{R_{c.T}} \sqrt{\frac{2\mu}{\hbar^2}\left(\underbrace{\frac{Z_a Z_x e^2}{R}}_{V} - E\right)} =$$

$$= -2\sqrt{\frac{2\mu}{\hbar^2} Z_a Z_x e^2}\ \underbrace{\int_{r_{in}}^{R_{c.T.}} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R_{c.T.}}\right)^{1/2} dx}$$

$$= R_{c.T.}^{1/2} \underbrace{\int_{r_{in}/R_{c.T.}}^{1} \left(1/x - 1\right)^{1/2}}$$

$$\text{for } \frac{r_{in}}{R_{c.T.}} \to 0 \qquad \int = \pi/2$$

$$\Rightarrow -\cancel{2\pi}\ \frac{\sqrt{2\mu}\ \pi Z_a Z_x e^2}{\hbar\ \sqrt{E}} \equiv -\frac{b}{\sqrt{E}}$$

לחתך הפעולה יש אם כן את הצורה:

$$\sigma(v) = \underbrace{\frac{S(E)}{E}}\ \exp\left(-b/\sqrt{E}\right)$$

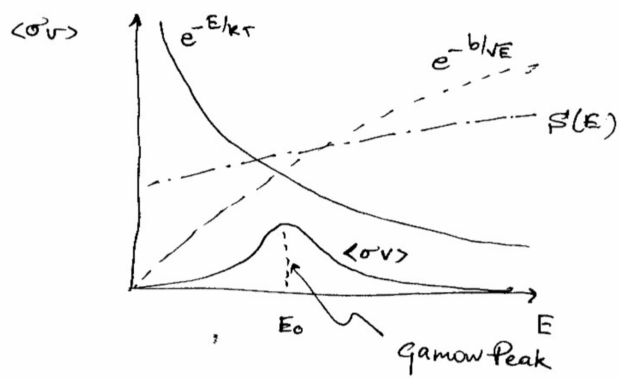
הגורם S.

$S(E)$ מכונה בפיסיקה הגרעינית. היא אינה אמורה
להיות פונקציה "מהירה" ב- E אלא אם כן ישנם
רזוננסים.

$$\langle \sigma v \rangle = \left(\frac{8}{\mu\pi}\right)^{1/2} \frac{1}{(kT)^{3/2}} \int_0^\infty S(E)\, e^{\left[-E/kT - b/\sqrt{E}\right]}\, dE$$

לכן:

"האלמנטים" השונים נראים כך:



ה- Gamow Peak:

$$\frac{d}{dE}\left[\frac{E}{kT} + \frac{b}{\sqrt{E}}\right]\Bigg|_{E_0} = 0$$

המקסימום מתקבל עבור:

$$\frac{1}{kT} - \frac{b}{2E^{3/2}} = 0 \ \rightarrow\ E_0 = \left(\frac{bkT}{2}\right)^{2/3} = 1.2\left(Z_a^2 Z_x^2 A_{red} T_6^2\right)^{1/3} \mathrm{keV}$$

היות ו- $E_0 \gg kT$ (פקטור 5 - 15 בשמש, למשל, בראקציה), החלקיקים שעוברים
אינטראקציה הם מאוד אנרגטיים - "בזנב של בולצמן". אי לכך, הם אינם מרובים והריאקציות
מתרחשות יחסית לאט.

למה זה כן שווה הקצב בקירוב:

אנו צריכים לחשב אינטגרל מהצורה:

$$I = \int S(E)\, e^{-f(E)}\, dE$$

$f(E)$ מקבלת מקסימום ב- $E = E_0$. ניתן לפתח את $f(E)$ כטור טיילור ולקבל:

$$f(E) \simeq f(E_0) + (E-E_0)\cdot \underbrace{\frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2 f}{\partial E^2}\right)\Bigg|_{E_0}}_{\equiv 1/\sigma^2}$$

$$I \approx e^{-f(E_0)}\, S(E_0) \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{(E-E_0)^2}{2\sigma^2}\right) dE = \sqrt{2\pi}\,\sigma\, S(E_0)\, e^{-f(E_0)}$$

הצבת $f(E_0)$ נותנת:

$$\sigma = \frac{2}{3}\left(E_0 kT\right)^{1/2} \ll E_0$$

ומכאן מקבלים:

$$r_{ax} = \frac{n_a n_x}{\underbrace{A_{red}}_{\equiv \mu/m_H} Z_a Z_x}\; 7\times 10^{-19}\; S_0\,[\mathrm{keV\ barns}]\; \tau^2 \exp(-\tau)\;\; s^{-1} cm^{-3}$$

$$\tau \equiv 42.5 \left(\frac{Z_a^2 Z_x^2 A_{red}}{T_6}\right)^{1/3}$$

$T_6 = T/10^6\,{}^\circ K$

הדבר וה... מתקבל ש- $\frac{\partial \ln r_{ax}}{\partial \ln T}$ מאד גדול. (בין 5 ל- 20 בשמש, תלוי בראקציה) ולכן קצב הראקציות מאד רגיש לטמפ'.

ב- $p+p\to{}^2H$ פחות.

אפקטים נוספים שמשפיעים על קצב הראקציות:

- מיסוך דבאי (Debye): האלקטרונים והיונים נמצאים בפלסמה, הפלסמה יוצרת "ענן" מסביב ליון. התוצאה היא שהפוטנציאל הקולומבי מקבל תיקון (פקטור) מהצורה $\exp(-r/R_D)$ כאשר R_D הוא רדיוס המיסוך (דבאי). בשמש תיקון זה מגדיל את הראקציה ב- 5-20% באופן טיפוסי.
- רזוננסים: אם יש רזוננס חזק, אזי הראקציות לא מתרחשות ב- Gamow Peak אלא באנרגיה של הרזוננס. בדוגמא: $^4He + {}^4He \to {}^8Be^*$ (חלק מ- $3\,{}^4He \to C^{12}$)
- גרעין מנוון: אם הגז מנוון אזי האנרגיה של החלקיקים היא לא תרמית אלא נקבעת ע"י "לחץ הניוון". לא מתרחש בכוכבים רגילים. מתרחש לקראת Fe בכוכבים (שהוא מנוון) בסופה ... מכן ... זה. המימן מוצג ... (נוסח).

בעירת מימן:

מימן יכול להפוך $(4p \to {}^4He)$ או דרך ה- PP chain (חשוב עבור $T_6 \leq 20$)
או דרך ה- CNO cycle. (חשוב עבור $T_6 \geq 20$)

PP chain (התהליך העיקרי בשמש).

PPI	PPII	PPIII
${}^1H + {}^1H \to \beta^+ + \nu + {}^2H$		
${}^2H + {}^1H \to {}^3He + \gamma$		
${}^3He + {}^3He \to 2\,{}^1H + {}^4He$	${}^3He + {}^4He \to {}^7Be + \gamma$	
	${}^7Be + \beta^- \to {}^7Li + \nu$	${}^7Be + {}^1H \to {}^8B + \gamma$
	${}^7Li + {}^1H \to {}^4H + {}^4He$	${}^8B \to {}^8Be^* + \beta^+ + \nu$
		${}^8Be^* \to {}^4He + {}^4He$
+ 13.05 MeV	+ 25.7 MeV	+ 19.1 MeV
(בשמש ~85%)	(~15%)	(0.02%)

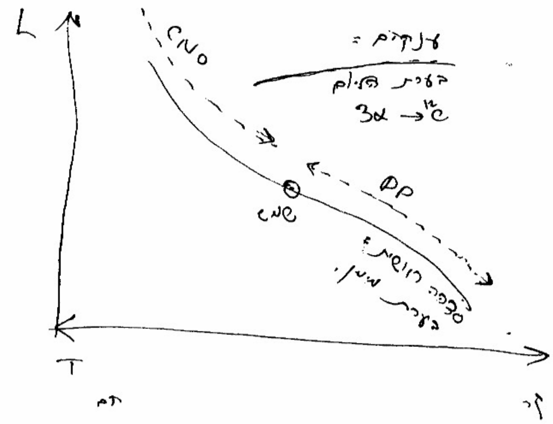
CNO cycle

בטמפ' גבוהות יותר (ואם יש CNO) אז: הבערה של מימן מתרחשת יותר מהר
ע"י שימוש ב- C, N ו- O כקטליזטור.

ii)CN cycle

CN	CNO	NO	OF
${}^{12}C\,(p, \gamma)\,{}^{13}N$			
${}^{13}N \to {}^{13}C + \beta^+ + \nu$			
${}^{13}C\,(p, \gamma)\,{}^{14}N$			
${}^{14}N\,(p, \gamma)\,{}^{15}O$	${}^{14}N\,(p, \gamma)\,{}^{15}O$		
${}^{15}O \to {}^{15}N + \beta^+ + \nu$	${}^{15}O \to {}^{15}N + \beta^+ + \nu$		
${}^{15}N\,(p, \alpha)\,{}^{12}C$	${}^{15}N\,(p, \gamma)\,{}^{16}O$	${}^{15}N\,(p, \gamma)\,{}^{16}O$	
	${}^{16}O\,(p, \gamma)\,{}^{17}F$	${}^{16}O\,(p, \gamma)\,{}^{17}F$	${}^{16}O\,(p, \gamma)\,{}^{17}F$
	${}^{17}F \to {}^{17}O + \beta^+ + \nu$	${}^{17}F \to {}^{17}O + \beta^+ + \nu$	${}^{17}F \to {}^{17}O + \beta^+ + \nu$
	${}^{17}O\,(p, \alpha)\,{}^{14}N$	${}^{17}O\,(p, \gamma)\,{}^{18}F$	${}^{17}O\,(p, \gamma)\,{}^{18}F$
		${}^{18}F \to {}^{18}O + \beta^+ + \nu$	${}^{18}F \to {}^{18}O + \beta^+ + \nu$
		${}^{18}O\,(p, \alpha)\,{}^{15}N$	${}^{18}O\,(p, \gamma)\,{}^{19}F$
			${}^{19}F\,(p, \alpha)\,{}^{16}O$

אם מסתכלים של ה- H-R אזי:



הבערה $3\alpha \to {}^{12}C$ מתרחשת בצורה:

$${}^{4}He + {}^{4}He \to {}^{8}Be \quad - 22\ keV$$

$${}^{8}Be + {}^{4}He \to {}^{12}C^{*} \quad - 282\ keV$$

$${}^{12}C^{*} \to {}^{12}C + 2\gamma \quad + 0.66\ MeV$$

הריאקציה הזו מתרחשת הודות לקיום ${}^{8}Be$ (עם זמן חיים של $10^{-16}s$!)
אם בזמן זה מתנגש ${}^{4}He$ נוסף ניתן ליצור את הפחמן. אחרת "רמה 2" לא היינו קיימים!.

בטמפ' גבוהות יותר, מקבלים:

$${}^{12}C + {}^{4}He \to {}^{16}O + \gamma + 0.16\ MeV$$

$${}^{16}O + {}^{4}He \to {}^{20}Ne + \gamma + 4.73\ MeV$$

$${}^{20}Ne + {}^{4}He \to {}^{24}Mg + \gamma + \text{---}$$

$$\vdots$$

כשנגמר של ההליום והמימן לבערה, מגיעים ריאקציות נוספות

$${}^{12}C + {}^{12}C \to {}^{23}Na + p$$

$${}^{12}C + {}^{12}C \to {}^{20}Ne + \alpha \qquad T_9 \sim 0.5-1$$

$${}^{16}O + {}^{16}O \to {}^{31}P + p \qquad T_9 > 1$$

$${}^{16}O + {}^{16}O \to {}^{28}Si + \alpha$$

$${}^{16}O + {}^{16}O \to {}^{31}Si + n$$

$$Si \to \ldots\ldots \qquad T_9 > 3$$

מרק
עם מספר גדול
של אפשרויות סגירה.