### אסטרופיזיקה וקוסמולוגיה – אופקים על מבחן (המשך)

נזכר כי נתון על תכולת עולם עם חומר בעל קבוע מצב יחיד $w \neq -1$. בנוסף קבוע מצב קוסמולוגי – $w=-1$.

$$\left(\frac{\dot{a}}{a_0}\right)^2 = H_0\left[\Omega_w\left(\frac{a_0}{a}\right)^{1+3w} + (1-\Omega_w)\right] \qquad \text{המשוואה:}$$

$$\frac{a_0}{a} = 1+z \gg \left|\Omega_w^{-1}-1\right|^{1/(1+3w)} \qquad \text{כאשר } (1-\Omega_w)$$

$$\equiv \frac{a_0}{a^*} = 1+z^*$$

לפיכך, בקירוב $0 < a \ll a^*$ ניתן לכתוב את המשוואה כך:

$$\left(\frac{\dot{a}}{a_0}\right)^2 \simeq H_0^2\,\Omega_w\left(\frac{a_0}{a}\right)^{1+3w} = H_0^2\,\Omega_w(1+z)^{1+3w}$$

$$H^2 \simeq H_0^2\,\Omega_w\left(\frac{a_0}{a}\right)^{3(1+3w)} = H_0^2\,\Omega_w(1+z)^{3(1+w)} \qquad \text{וכן:}$$

הקורא מוזמן לבדוק שעבור $\Omega_w=1$ אכן מתקבל $H_0 \to H_0\,\Omega_w^{1/2}$

$$H \simeq H_0\,\Omega_w^{1/2}(1+z)^{3(1+w)/2}$$

ובהתאם, יש:

$$t \approx t_{oc,w}\,\Omega_w^{-1/2}(1+z)^{-3(1+w)/2} \qquad \text{—}$$

וכן המשכים על אופקים $q(t)-1$ ו $q(t)$ אשר נקבעים ליד על ידי $\to H_0$.

### אופקים על מבחן "אבק"

נציב $w=0$ ונקבל את המשוואה הקוסמולוגית התלויה ב $\Omega$.

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = H_0^2\left(\Omega\frac{a_0}{a} + 1-\Omega\right) \qquad \text{נציב כאן:}$$

### אופקים "פתוחים":

בעל תכולת חומר בלבד $\Omega$ ניתן לבצע כאן פתרון:

$$a(\psi) = a_0\,\frac{\Omega}{2(1-\Omega)}\left(\cosh\psi - 1\right)$$

$$t(\psi) = \frac{1}{2H_0}\,\frac{\Omega}{(1-\Omega)^{3/2}}\left(\sinh\psi - \psi\right)$$

$$t_0 = \frac{1}{2H_0}\,\frac{\Omega}{(1-\Omega)^{3/2}}\left[\frac{2}{\Omega}(1-\Omega)^{1/2} - \cosh^{-1}\left(\frac{2}{\Omega}-1\right)\right] > \frac{2}{3H_0} \qquad \text{נציב גיל:}$$
$$\text{(גיל היקום):}$$

$$\approx \left(1+\Omega\ln\Omega\right)\frac{1}{H_0}\quad \text{for } \Omega \ll 1$$

באות $1-$ ו... ... ... על $\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2$ וכו' ... ...

$$a(\theta) = a_0 \; \frac{\Omega}{2(\Omega-1)} \; (1-\cos\theta)$$

$$t(\theta) = \frac{1}{2H_0} \; \frac{\Omega}{(\Omega-1)^{3/2}} \; (\theta - \sin\theta)$$

$a(t)$ ... ... ... , $0 \leq \theta \leq \theta_m = \pi$ , ... $a$ ... ...:

$$a_m = a(\theta_m) = a_0 \; \frac{\Omega}{\Omega-1}$$

$$t_m = t(\theta_m) = \frac{\pi}{2H_0} \; \frac{\Omega}{(\Omega-1)^{3/2}}$$

... ...

$$t_0 = \frac{1}{2H_0} \; \frac{\Omega}{(\Omega-1)^{3/2}} \left[ \cos^{-1}\left(\frac{2}{\Omega}-1\right) - \frac{2}{\Omega}(\Omega-1)^{1/2} \right] < \frac{2}{3H_0}$$