

נ"מ שיש מיכתב וקטרו צב"ש א'ג"ר גס'ה $|u_i\rangle$ פ

(א) כתבו אופרטור הנצב טמולצ'ר $T(n)|u_i\rangle = |u_{i+n}\rangle$ זכור $0 \leq i < n$ באשר א"ק

$i > n$ זה ממוכ בלורר ק'ק'ית.

(ב) ה'ראו טמולצ'ר זה הוא אנו'ט'ר'.

תשובה

(א) נרצב שפ"ס וקטור $|u_i\rangle$ ממוכ δ $|u_{i+n}\rangle$ זה 'ק'ק' א"מ

ב'צ'מוצ'ר ה- i יב'ג אפ"ס כ'ע'ג חול' מ'מורר $i+n$ ש'ג' יב'ג אפ"ס.

פ'ל'ומ'ר

$$T_{ij}(n) = \begin{cases} 1 & \text{אם } i-j = n \text{ זכ'ו} \\ 0 & \text{אחרת} \end{cases}$$

צ'ב'ר $n=2$ נ'ק'ל

$$T(2) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

בל'ק'ו T יש כ'כ'ו'ו'ו' אפ"ס ש'מ'נ'ס'ת n מ'מ'ל' כ'ס'ו'.

(ב) א"מ $T(-n)$ מולצ'ר כ'ת'ר $T(-n)|u_i\rangle = |u_{i-n}\rangle$

$$T(-n) = T(n)^\dagger \quad \& \quad T(n)T(-n) = T(-n)T(n) = \mathbb{1}$$

א"מ $T_{ij}(-n) = 1$ כ' $i-j = -n = 5-n$ (ב'ג'מ'ר $i > j$)

א"מ $T_{ij}(n) = 1$ כ' $i-j = 5-n$ (א'ב' $i > j$)

$$T(-n) = T(n)^\dagger$$

ב'פ'י ה'ל'ג'ל'ת כ'ח'ל'ל'ת

מצרפת נתונה קטור פזיקי של שתי מצבי על אנרגיה $|\psi_1\rangle, |\psi_2\rangle$ או
 אנרגיות E_1, E_2 בהתאמה.

$$|\psi(t=0)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\psi_1\rangle + |\psi_2\rangle)$$

(1) חשב את ΔE
 (2) כד' פזיקי בנמצא המצרפת מעתה בשם חשב את $\langle H \rangle = |\langle \psi(t) | \psi(t) \rangle|^2$
 מה שכן האוסילציה של המצרפת שכתבו ה ΔE ?

(3) חשב את $\Delta E \cdot \Delta t$
 (4) אם חזקה פזיקי שזמן טיטורנין בינן ψ ו $\langle H \rangle$ שזכר מסו"מ,
 מה גודלן המקס של בטחון? באם כן שנית באנרגיה יב' קובעת אז לא?

(5) אם $\langle H \rangle$ ג' \bar{E} , באם המצרפת יחזק תפקד בתור שזון?
 תשובה

$$\langle H \rangle = \frac{1}{2} \langle \psi_1 | H | \psi_1 \rangle + \frac{1}{2} \langle \psi_2 | H | \psi_2 \rangle = \frac{1}{2} (E_1 + E_2) \quad (1)$$

$$\langle H^2 \rangle = \frac{1}{2} \langle \psi_1 | H^2 | \psi_1 \rangle + \frac{1}{2} \langle \psi_2 | H^2 | \psi_2 \rangle = \frac{1}{2} (E_1^2 + E_2^2)$$

אין אי' ג' $\langle \psi_1 | H | \psi_2 \rangle$ כי יתאפסו.

$$\Delta E^2 = \frac{1}{2} (E_1^2 + E_2^2) - \frac{1}{4} (E_1 + E_2)^2 = \frac{1}{4} (E_1 - E_2)^2$$

(2) ממעטת שזכרנו נקט

$$|\psi(t)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(e^{-\frac{iE_1 t}{\hbar}} |\psi_1\rangle + e^{-\frac{iE_2 t}{\hbar}} |\psi_2\rangle \right)$$

$$\langle H \rangle = |\langle \psi(0) | \psi(t) \rangle|^2 = \frac{1}{4} \left| e^{-\frac{iE_1 t}{\hbar}} + e^{-\frac{iE_2 t}{\hbar}} \right|^2 = \frac{1}{4} \left| 1 + e^{-\frac{i(E_2 - E_1)t}{\hbar}} \right|^2$$

$$\Delta E = \frac{2\pi}{W_{21}} \quad W_{21} = \frac{E_2 - E_1}{\hbar} \quad (3)$$

$$\Delta E \cdot \Delta t = \frac{2\pi \hbar}{E_2 - E_1} \cdot \frac{1}{2} (E_2 - E_1) = \pi \hbar$$

(4) אין אבסור פזיקי כפזיקי שזכרנו ΔE וזכרנו שזכרנו שזכרנו

(5) לא כי אין אבסור פזיקי

למשל $H = \epsilon \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = H$

המערך $\epsilon =$ $\psi(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

מה הדיקטור H $\hat{G}_x = \frac{i\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$?

מהם המערך ϵ והדיקטור H ?

(1)

$\langle \hat{G}_x \rangle = \langle \psi(t) | \hat{G}_x | \psi(t) \rangle$

$= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} e^{-i\epsilon t/\hbar} & e^{i\epsilon t/\hbar} \end{pmatrix} \frac{i\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{-i\epsilon t/\hbar} \\ e^{i\epsilon t/\hbar} \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} e^{+i\epsilon t/\hbar} & e^{-i\epsilon t/\hbar} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -e^{-i\epsilon t/\hbar} \\ e^{i\epsilon t/\hbar} \end{pmatrix} \frac{i\hbar}{2}$

$= \frac{1}{2} \left(e^{\frac{2i\epsilon t}{\hbar}} - e^{-\frac{2i\epsilon t}{\hbar}} \right) \frac{i\hbar}{2} = \frac{i\hbar \sin(2\epsilon t/\hbar)}{4}$

(2)

$\frac{d \langle \hat{G}_x \rangle}{dt} = \frac{1}{i\hbar} \langle [\hat{G}_x, H] \rangle = \frac{1}{i\hbar} \langle 2i \hat{G}_x \epsilon \rangle$

$= \frac{2\epsilon}{\hbar} \begin{pmatrix} e^{+i\epsilon t/\hbar} & e^{-i\epsilon t/\hbar} \end{pmatrix} \frac{i\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{-i\epsilon t/\hbar} \\ e^{i\epsilon t/\hbar} \end{pmatrix} = \frac{1}{\hbar} \begin{pmatrix} \epsilon e^{i\epsilon t/\hbar} \\ \epsilon e^{-i\epsilon t/\hbar} \end{pmatrix} \frac{i\hbar}{2}$

$= \frac{\epsilon}{2} \left(e^{\frac{2i\epsilon t}{\hbar}} + e^{-\frac{2i\epsilon t}{\hbar}} \right)$

מהם המערך ϵ והדיקטור H ?