בשלב זה אני מעוניין להציג בקצרה את האופן בו מתקבלת תגובת המערכת במסגרת הפורמליזם שפיתחנו עד כה. הנושא זה יהווה נושא לחישוב במסגרת כללית יותר הנקראת Linear Response Theory והעוסקת בחישוב תגובת המערכת להפרעות חיצוניות קטנות. אנו נראה כי תגובת המערכת נתונה ע"י retarded Green's function מתאימה ומכאן יש רלוונטיות לחישוב ה Matsubara Green's func.

נבחן את תגובת המערכת להפרעה δH : $H = H_0 + \delta H$

נרצה לחשב כיצד ערך התצפית של אופרטור A משתנה כתוצאה מההפרעה הקטנה δH.
ערך התצפית של A נתון ע"י

$$\langle A \rangle = \mathrm{Tr}\{\rho A\}$$

כאשר ρ היא מטריצת הצפיפות המתפתחת בזמן בהתאם ל

$$\frac{d\rho}{dt} = i[\rho, H]$$

נניח כי δH קטנה ושלכן לפני הפעלת ההפרעה המערכת הייתה מתוארת ע"י ρ_0 כמו קודם.

$$\rho = \rho_0 + \delta\rho$$

$$\left(\rho_0 = \frac{\sum_k e^{-\beta\epsilon_k} |k\rangle\langle k|}{\sum_k e^{-\beta\epsilon_k}} \quad \text{למשל בגז אלקטרונים חופשיים} \quad \epsilon_k = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \right)$$

$$\frac{d\rho_0}{dt} + \frac{d\,\delta\rho}{dt} = i\left\{ [\rho_0, H_0] + [\rho_0, \delta H] + [\delta\rho, H_0] + [\delta\rho, \delta H] \right\} \quad \Leftarrow$$

$$\frac{d\,\delta\rho}{dt} + i[H_0, \delta\rho] = -i[\delta H, \rho_0]$$

בסדר ראשון בתיקון הקטן נקבל לכן ונשתמש ב $\frac{d\rho_0}{dt} = i[\rho_0, H_0]$

$$e^{-iH_0 t} \frac{d}{dt}\left(e^{iH_0 t}\, \delta\rho\, e^{-iH_0 t} \right) e^{iH_0 t} = -i[\delta H, \rho_0]$$

נרשום את אגף שמאל בצורה

$$e^{iH_0 t}\, \delta\rho(t)\, e^{-iH_0 t} \Big|_{t=-\infty}^{t} = -i \int_{-\infty}^{t} dt'\, e^{iH_0 t'} [\delta H, \rho_0]\, e^{-iH_0 t'} \quad \Leftarrow$$

נשים ♥ $\delta\rho(t\to-\infty)=0$ כי אנו מניחים $\delta H \xrightarrow{t\to-\infty} 0$ ולכן

$$\delta\rho(t) = -i\, e^{-iH_0t}\int_{-\infty}^{t} dt'\, [\delta H(t'), \rho_0]\, e^{iH_0t}$$

כאשר $\delta H(t') = e^{iH_0t'}\,\delta H\, e^{-iH_0t'}$ בתמונת הייזנברג.

$$\Rightarrow \langle A\rangle_{H_0+\delta H} = Tr\{\rho_0 A\} + Tr\{\delta\rho A\}$$

$$= \langle A\rangle_{H_0} - i\,Tr\left\{e^{-iH_0t}\int_{-\infty}^{t} dt'\, [\delta H(t'), \rho_0]\, e^{iH_0t} A\right\}$$

$$= \langle A\rangle_{H_0} - i\,Tr\left\{\int_{-\infty}^{t} dt'\, [\delta H(t'), \rho_0]\, A(t)\right\}$$

משתמשים בציקליות ה-Tr ואז מקבלים קשר ישיר ל-$A(t)$ בתמונת הייזנברג.

$$Tr\{[\delta H(t'), \rho_0]\, A(t)\} = Tr\{\delta H(t')\rho_0 A(t) - \rho_0\,\delta H(t') A(t)\}$$

$$= Tr\{A(t)\,\delta H(t')\rho_0 - \delta H(t') A(t)\rho_0\} = \langle [A(t), \delta H(t')]\rangle_{H_0}$$

$$\Rightarrow \langle A\rangle_{H_0+\delta H} = \langle A\rangle_{H_0} - i\int_{-\infty}^{\infty} dt'\, \theta(t-t')\, \langle [A(t), \delta H(t')]\rangle_{H_0}$$

זוהי נוסחת Kubo הידועה לנו.

אם נניח $\delta H = \int dx\, h(x,t) B(x)$ כאשר $h(x,t)$ הוא שדה חיצוני המצומד לאופרטור B

אזי $\langle A(x,t)\rangle_{H_0+\delta H} = \langle A(x,t)\rangle_{H_0} + \int dx' dt'\, \chi_{AB}(x,t;x',t')\, h(x',t')$

כאשר הסוספטביליות χ נתונה ע"י

$$\chi_{AB}(x,t;x't') = -i\,\theta(t-t')\langle [A(x,t), B(x',t')]\rangle_{H_0}$$

$$= G^R_{AB}(x,t;x't')$$

כשהתכוונו A ו-B אופרטורים כלשהם.

אנו רואים לכן כי פונקצית התגובה של המערכת להפרעות חלשות נתונה ע"י retarded G.f
של הגודל הנמדד והאופרטור הצמוד להפרעה.

במקרה של מערכת אינבאריאנטית תחת הזזות בזמן ובמרחב $\chi = \chi(x-x', t-t')$
ונקבל

$$\langle A(k,\omega)\rangle_{H_0+\delta H} = \langle A(k,\omega)\rangle_{H_0} + \chi(k,\omega)\, h(k,\omega)$$

כאשר

$$f(k,\omega) = \int dx \int dt\, e^{-i(kx-\omega t)} f(x,t)$$

$$f(x,t) = \frac{1}{V}\sum_k \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi}\, e^{i(kx-\omega t)} f(k,\omega)$$

נפעל כעת את התוצאה שקבלנו למקרה שמעניין אותנו: מיסוך. כדי לטפל בנושא נוח להגדיר
שני פוטנציאלים חשמליים:

א. ϕ^{ext} הפוטנציאל החשמלי הנוצר מהתפלגות המטען החשמלי החיצוני ρ^{ext} (לא לבלבל עם
ה density matrix) אשר אנו מוסיפים כהפרעה. השניים מקושרים ע"י משוואת פואסון
החשמלית המוכרת:

$$-\nabla^2 \phi^{ext}(\vec{r},t) = 4\pi \rho^{ext}(\vec{r},t)$$

ב. הפוטנציאל החשמלי הכללי ϕ הנובע מהמטען החיצוני, צפיפות המטען האלקטרונית $\rho^e(\vec{r},t)$
וצפיפות המטען החיובית הקבועה הדרושה לניטרליות חשמלית ρ^b. ϕ מקיים:

$$-\nabla^2 \phi(\vec{r},t) = 4\pi \left[\rho^{ext}(\vec{r},t) + \underbrace{\rho^e(\vec{r},t) + \rho_b}_{\rho^{ind}(\vec{r},t)}\right]$$

נגדיר את $\rho^{ind}(\vec{r},t)$ צפיפות המטען המושרה. ללא ρ^{ext}
$\rho^e = -\rho^b$ ולכן $\rho^{ind} = 0$

בהנחה ש ρ^{ext} ולכן ϕ^{ext} קטנים נוכל להגיע באמצעות linear response לקשר לינארי בין ϕ^{ext} ו ϕ:

$$\phi^{ext}(\vec{r},t) = \int d^3r'dt' \, \epsilon(\vec{r}-\vec{r}', t-t') \, \phi(\vec{r}',t')$$

כשאנחנו ב גז אלקטרונים הומוגני ו H_0 שאינו תלוי בזמן $\Leftarrow$ $\phi^{ext}(\vec{k},\omega) = \epsilon(\vec{k},\omega)\,\phi(\vec{k},\omega)$

ϵ היא הפונקציה הדיאלקטרית של גז האלקטרונים. היא גם מקשרת בין השדה $\vec{D}$ הנוצר מהמטענים החיצוניים והשדה $\vec{E}$ הנוצר מכלל המטענים:

$$\vec{D}(r,t) = \int d^3r'dt' \, \epsilon(\vec{r}-\vec{r}', t-t') \, \phi(\vec{r}',t')$$

לצורך חישוב $\epsilon(\vec{k},\omega)$ קל יותר לחשב את הפונקציה $\chi(\vec{k},\omega)$ המקשרת בין צפיפות המטען המושרה והפוטנציאל החיצוני:

$$\rho^{ind}(\vec{k},\omega) = e^2\chi(\vec{k},\omega)\,\phi^{ext}(\vec{k},\omega)$$

מתוך משוואת פואסון של ϕ^{ind}:

$$k^2\phi^{ind}(k,\omega) = 4\pi\rho^{ind}(k,\omega)$$

נקבל

$$\phi^{ind}(k,\omega) = \frac{4\pi e^2}{k^2}\chi(\vec{k},\omega)\,\phi^{ext}(\vec{k},\omega)$$

$$= V(\vec{k})\,\chi(\vec{k},\omega)\,\phi^{ext}(\vec{k},\omega)$$

$$\Leftarrow \quad \epsilon(\vec{k},\omega) = \frac{\phi^{ext}(\vec{k},\omega)}{\phi^{ext}(\vec{k},\omega)+\phi^{ind}(\vec{k},\omega)} = \frac{1}{1+V(\vec{k})\,\chi(\vec{k},\omega)}$$

במקרה שלנו

$$\delta H = \int d^3r \, \rho^{ind}(r,t)\,\phi^{ext}(r,t)$$

כאשר H_0 כולל את האינטראקציות בין האלקטרונים (ובינם לבין הרקע החיובי) רק שהפעם את המצבים של H_0 נצטרך לחשב בהתחשב באינטראקציות אלה.

$$\langle\rho^{ind}(r,t)\rangle_{total} = \overbrace{\langle\rho^{ind}(r,t)\rangle_{H_0}}^{0} - i\int_{-\infty}^{\infty} d^3r'\,dt'\,\theta(t-t')\,\langle[\rho^{ind}(r,t),\rho^{ind}(r',t')]\rangle_{H_0}\,\phi^{ext}(r',t')$$

$$= e^2\int d^3r'dt' \, \chi(r-r', t-t')\,\phi^{ext}(r',t')$$

X היא לכן ה density-density correlation func. ה Matsubara נתונה ע"י

$$\chi(k,i\omega) = -\int d^3r \int_0^\beta d\tau\, e^{-i(\vec k\cdot\vec r-\omega\tau)} \langle T_\tau (n_e(r,\tau)+n_b)(n_e(0,0)+n_b)\rangle_{H_0}$$

מכיון ש $\langle n_e(r,\tau)\rangle_{H_0} = \bar n = -n_b$

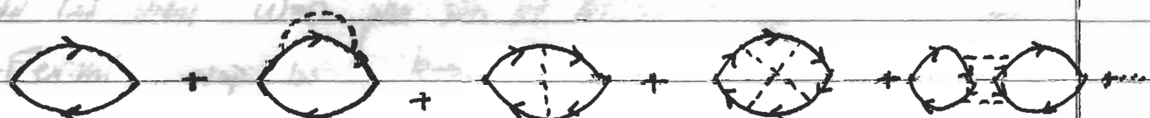
$$= V\beta\bar n^2 \delta_{k,0}\delta_{\omega,0} - \int d^3r\, d\tau\, e^{-i(\vec k\cdot\vec r-\omega\tau)} \langle T_\tau n_e(r,\tau)\, n_e(0,0)\rangle_{H_0}$$

2-particle Green's function

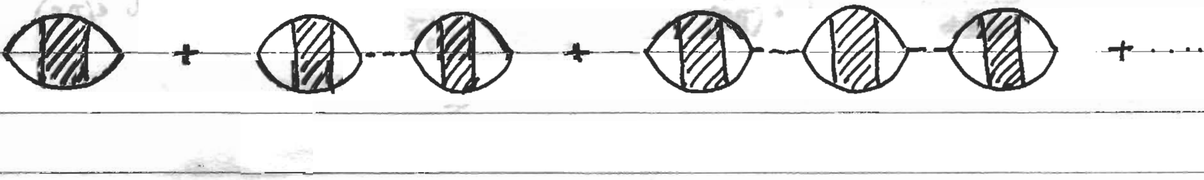
נבחון ב $\langle T_\tau n_e(r,\tau) n_e(0,0)\rangle_{H_0} = \langle T_\tau \psi^+(r,\tau)\psi(r,\tau)\psi^+(0,0)\psi(0,0)\rangle_{H_0}$ ונזכור כי H_0 מכיל כעת גם את האינטראקציה. כשנפתח את הממוצע נקבל דיאגרמות בהן כל אחת מה n_e מצומצם בנפרד. שני החלקים המכילים את האופרטורים ב (r,τ) וב $(0,0)$ אינם קשורים זה לזה. דיאגרמות אלה מתאימות ל $\langle\psi^+(r,\tau)\psi(r,\tau)\rangle\langle\psi^+(0,0)\psi(0,0)\rangle$ ומכאן לכן $\bar n^2$ וכך לאחר טרנספורם הפורייה תבטל את התרומה הפרופורציונית ל $\delta_{\omega,0}\delta_{k,0}$ ב χ.

התכונה השנייה של דיאגרמות היא כי יש בה כל האופרטורים המופיעים ב χ קשורים זה לזה.

נגדיר את ה irreducible polarization propagator כסכום הדיאגרמות הלא ניתנות לפיצול ע"י חיתוך קו אינטראקציה יחיד ב χ

$P(k,i\omega) =$ 

נוכל לרשום את χ כטור גיאומטרי



$$\chi(k,i\omega) = \frac{P(k,i\omega)}{1-V(k)P(k,i\omega)} \Leftarrow$$

דיאגרמה עם n קווי אינטראקציה כוללת (-1) מהגדרת χ, $(-1)^n$ מכאות תורת ההפרעות ועם לולאה $P=○$ $(-1)^{n+1}$ כתלות מ n לולאות פרמיונים $\Leftarrow$ כל הדיאגרמות באות עם סימן $+$.

כשהלולאה מאופיינת ללא

שימו לב סימון הבועה המצוין ע"י $\chi_0 = -\langle n_e n_e \rangle_0 = \bigcirc$

בקרוב ה random phase approximation מקבלים $P(k,i\omega) = \chi_0(k,i\omega) = \bigcirc$

כך χ נתונה ע"י הטור הגאומטרי של non-interacting bubbles

$$\chi(k,i\omega) = \frac{\chi_0(k,i\omega)}{1 - V(k)\chi_0(k,i\omega)}$$

כך שבקרוב זה

$$\epsilon(k,i\omega) = \frac{1}{1 + V(k)\cdot\frac{\chi_0(k,i\omega)}{1-V(k)\chi_0(k,i\omega)}} = 1 - V(k)\chi_0(k,i\omega)$$

את χ_0 חישבנו כבר בעבר ולאחר המשכה אנליטית נקבל

במקרה של ספין

$$\chi_0(k,\omega) = \frac{1}{V}\cdot 2\sum_q \frac{n_F(\xi_q^0) - n_F(\xi_{k+q}^0)}{\omega + \xi_q^0 - \xi_{k+q}^0 + i\delta}$$

שימו לב כי התרומות העיקריות באינטגרל זה באות מהמצבים בהם $\omega = \epsilon_{k+q} - \epsilon_q$ כאשר ב $T=0$ $k+q>k_F$ ו $q<k_F$ אז לפחות כלומר כאשר ω מתאימה לאנרגיה הנדרשת לעבור אלקטרון ממצב מאוכלס מתחת לרמת פרמי למצב לא מאוכלס מעל רמת פרמי: יצירת זוג אלקטרון-חור.

נתבונן כעת במקרה בו הפוטנציאל אינו תלוי בזמן $\omega=0$ משמעה לגבי מצב במרחב: על פני סקלות ארוכות בהרבה מ λ_F: $k\to 0$ זהו קרוב Thomas-Fermi במצב כזה נקבל

$$\chi_0 = \frac{2}{(2\pi)^3}\int d^3q\, \frac{n_F(\xi_{k+q}^0) - n_F(\xi_q^0)}{\xi_{k+q}^0 - \xi_q^0} \xrightarrow{k\to 0} \frac{2}{(2\pi)^3}\int d^3q\, \frac{\partial n_F(\xi_q)}{\partial \xi_q} =$$

$$= \int d\epsilon\, g(\epsilon)\frac{\partial n_F(\epsilon)}{\partial\epsilon} = -\frac{\partial}{\partial\mu}\int d\epsilon\, g(\epsilon) n_F(\epsilon)$$

$$= -\frac{\partial n}{\partial\mu}$$

צפיפות המצבים באנרגיה כולל ספין

$g(\epsilon)d\epsilon$ = מספר המצבים בין $[\epsilon,\epsilon+d\epsilon]$

הפונקציה הדיאלקטרית במקרה זה

$$\epsilon(k) = 1 + \frac{4\pi e^2}{k^2}\frac{\partial n}{\partial \mu}$$

$$= 1 + \left(\frac{k_0}{k}\right)^2$$

כאשר k_0: Thomas Fermi wavevector נתון ע"י

$$k_0 = \left[4\pi e^2 \frac{\partial n}{\partial \mu}\right]^{1/2} \xrightarrow{T \ll T_F} \left[4\pi e^2 g(\epsilon_F)\right]^{1/2} = \left(\frac{4}{\pi}\frac{me^2}{\hbar^2}k_F\right)^{1/2} = \sqrt{\frac{4}{\pi}}\left(3\pi^2\right)^{1/6}\left(\frac{n}{a_0^3}\right)^{1/6}$$

כאשר $a_0 = \frac{\hbar^2}{me^2}$ רדיוס בוהר. בערך מקבלים $k_0 \sim 1\,\text{Å}^{-1}$

לאורך k_0^{-1} משמעות פיזיקלית ברורה. נניח כי ρ^{ext} הינו מטען נקודתי Q בראשית

$$-\nabla^2 \phi^{ext}(\vec r) = 4\pi Q \delta(\vec r) \Rightarrow \phi^{ext}(k) = \frac{4\pi Q}{k^2}$$

$$\phi(\vec k) = \frac{1}{\epsilon(\vec k)}\phi^{ext}(\vec k) = \frac{4\pi Q}{k^2 + k_0^2}$$

ולכן

$$\phi(\vec r) = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} e^{i\vec k\cdot\vec r}\frac{4\pi Q}{k^2+k_0^2} = \frac{Q}{r}e^{-k_0 r}$$

מכאן לכן כי הפוטנציאל סביב הפוטנציאל הזה מתנהג כפוטנציאל Yukawa שדועך אקספוננציאלית עבור $r > k_0^{-1}$. k_0^{-1} נקרא לכן ה screening length.

נחשב עבור $\chi(\vec k)$ כללי $\vec k$ (לאו דוקא קטן) כאשר $\omega = 0$ וב $T=0$ אולם קשר גם כן השואה את תרגיל

$$\chi_0(k) = 2\int \frac{d^3q}{(2\pi)^3}\frac{n_F(\xi_q^0) - n_F(\xi_{k+q}^0)}{\epsilon_q^0 - \epsilon_{k+q}^0}$$: Lidhard function

$$= 2\int \frac{d^3q}{(2\pi)^3} n_F(\xi_q^0)\left[\frac{1}{\epsilon_q^0 - \epsilon_{k+q}^0} + \frac{1}{\epsilon_q^0 - \epsilon_{q-k}^0}\right]$$

$$\xrightarrow{T\to 0} \frac{1}{4\pi^3}\int_0^{2\pi} d\varphi \int_{-1}^{1} d\cos\theta \int_0^{k_F} dq\, q^2 \left[\frac{1}{\frac{\hbar^2}{2m}(2kq\cos\theta + k^2)} - \frac{1}{\frac{\hbar^2}{2m}(2kq\cos\theta - k^2)}\right]$$

$$= \frac{m}{\pi^2\hbar^2 k}\int_0^{k_F} dq\, q \ln\left|\frac{k^2-2kq}{k^2+2kq}\right|$$

$$= \frac{m}{\pi^2\hbar^2}\frac{1}{k}\Big|_0^{k_F} -\frac{kq}{2}-\frac{k^2}{8}\ln\left|\frac{k-2q}{k+2q}\right|+\frac{q^2}{2}\left|\frac{k-2q}{k+2q}\right|$$

$$= -\frac{mk_F}{\pi^2\hbar^2}\left[\frac{1}{2}+\frac{1-x^2}{4x}\ln\left|\frac{1+x}{1-x}\right|\right] \qquad x=\frac{k}{2k_F}$$

שים לב כי $\chi(k)$ ולכן גם $\epsilon(k)=1-\frac{4\pi e^2}{k^2}\chi(k)$ אינן אנליטיות ב $k=2k_F$. ניתן למצוא את המקור לכך בחדות של הנקודה כבר ב $T=0$

כתוצאה מכך אם נחזור על חישוב הפוטנציאל המסוכך של חלקיק טעון סטטי מקבלים

$$\phi(r) \simeq \frac{\left(\frac{k_0}{2k_F}\right)^2}{\left[2+\left(\frac{k_0}{2k_F}\right)^2\right]^2}\frac{\cos 2k_F r}{r^3}$$

קיבלנו לכן כי אם אנו עורכים החישוב במצב בו ϕ משתנה מהר על פני סקלות של k_F (בניגוד להנחת קירוב T-F) הפוטנציאל לא דועך יותר אקספוננציאלית אלא כמו $\frac{1}{r^3}$ ובנוסף לכך הוא מבצע תנודות Friedel oscillations עם וקטור גל $2k_F$.

מתוך כתיב ב $\epsilon(\vec{k},\omega)$ עבור $\vec{k}$ ו ω ספציפי ונשים לב שמתקיים ש $\phi(\vec{k},\omega)=\frac{1}{\epsilon(\vec{k},\omega)}\phi^{ext}(\vec{k},\omega)$
במקרה בו $\epsilon(\vec{k},\omega)=0$ המערכת תגיב בצורה חזקה מאוד גם להפרעה הקטנה ביותר. למעשה אם $\epsilon=0$ הדבר אומר לנו כי המערכת יכולה להחזיק ϕ גם ללא פוטנציאל חיצוני ϕ^{ext} כתוצאה מעירור עצמי של המערכת עם אנרגיה ω ווקטור גל $\vec{k}$.

התנאי לקיום של עירורים אלה הוא לכן

$$V(\vec{k})\chi(\vec{k},\omega)=1$$

נחזור ב $\chi(\vec{k},\omega)$ של לינדהרד

$$\chi(\vec{k},\omega)=\frac{2}{V}\sum_{\vec{q}}\frac{n_F(\xi^0_{\vec{q}})-n_F(\xi^0_{\vec{q}+\vec{k}})}{\omega+\xi^0_{\vec{q}}-\xi^0_{\vec{q}+\vec{k}}}$$

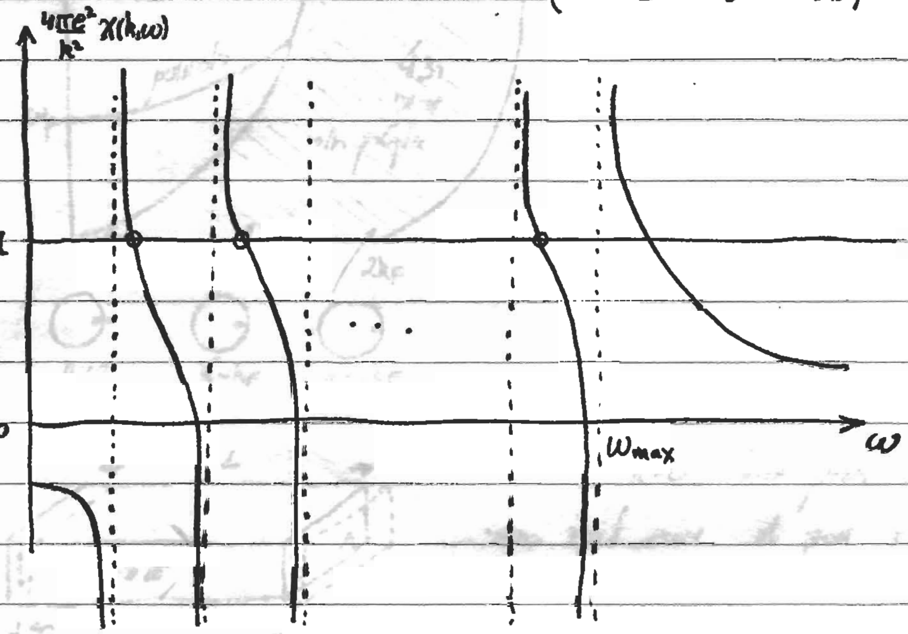
$$=\frac{2}{V}\sum_{\vec{q}} n_F(\xi^0_{\vec{q}})\left[1-n_F(\xi^0_{\vec{q}+\vec{k}})\right]\left[\frac{1}{\xi^0_{\vec{q}}-\xi^0_{\vec{q}+\vec{k}}+\omega}-\frac{1}{\xi^0_{\vec{q}+\vec{k}}-\xi^0_{\vec{q}}+\omega}\right]$$

$$\xrightarrow{T\to 0} \frac{2}{V} \sum_{\substack{q<k_F \\ |\vec q+\vec k|>k_F}} \left[\frac{1}{\omega-(\epsilon^\circ_{\vec k+\vec q}-\epsilon^\circ_{\vec q})} - \frac{1}{\omega+(\epsilon^\circ_{\vec k+\vec q}-\epsilon^\circ_{\vec q})} \right]$$

לפונקציה זו קטבים כאשר $\omega = \pm\omega_{\vec q}(\vec k) = \epsilon^\circ_{\vec k+\vec q} - \epsilon^\circ_{\vec q}$

$\omega_q(\vec k)$ הינה האנרגיה של זוג חלקיק-חור בגז האלקטרונים המתאים בו אנו מעבירים אלקטרון ממצב $\vec q$ מתחת לרמת פרמי למצב $\vec q+\vec k$ שנמצא מעל לרמת פרמי.

נתבונן בפונקציה $V(\vec k)\,\chi(\vec k,\omega) = \frac{4\pi e^2}{k^2}\chi(\vec k,\omega)$ עבור $\vec k$ נתון כפונקציה של ω. לפונקציה זו קטבים ב $\omega=\pm\omega_q(k)$ (התמונה סימטרית ב ω)



הנקודות המסומנות בעיגולים מתאימות לזוגי אלקטרון חור במקרה הכללי עם אינטראקציה. שימו לב שהאנרגיות של זוגות אלה הם כמו עוברות לזוגות בגז האלקטרונים ללא אינטראקציה.

עבור $\vec k$ האנרגיה הגבוהה ביותר האפשרית לזוג אלקטרון-חור מתקבלת כאשר $q=k_F$ ו $\vec k \parallel \vec q$

אז $\omega_{max} = \frac{k_F k}{m} + \frac{k^2}{2m}$.

אנו רואים כי קיים עוד מצב מעל אנרגיה $\omega>\omega_{max}$.

ניתן להראות כי עבור $k \ll \frac{\omega}{v_F}$ ו $\omega>\omega_{max}$

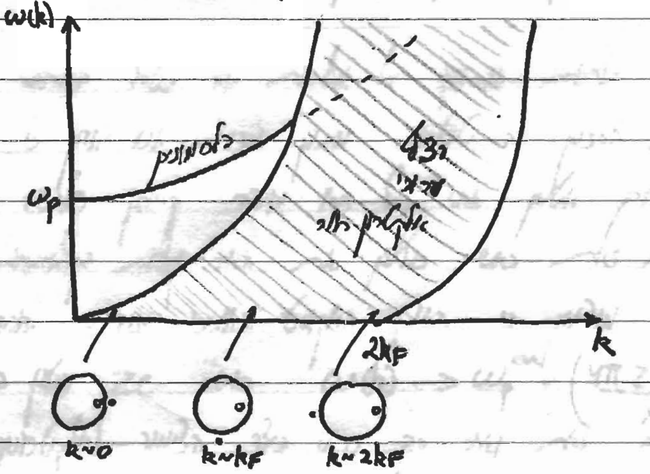
$$\frac{4\pi e^2}{k^2}\chi(k,\omega) \simeq \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\left[1+\frac{3}{5}\left(\frac{k v_F}{\omega}\right)^2+\dots\right]$$

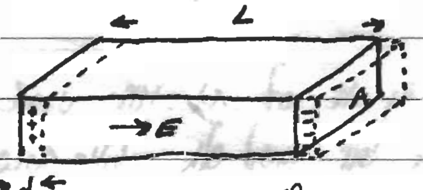
כאשר $\omega_p = \left(\frac{4\pi n e^2}{m}\right)^{1/2}$ תדירות הפלזמה.

מכאן אנו לומדים כי למערכת הנ"ל יש יחס נפיצה עם דיספרסיה

$$\omega(k) = \omega_p\left[1 + \frac{3}{10}\frac{v_F^2}{\omega_p^2}k^2 + \dots\right]$$

בניגוד לעירורי האלקטרון-חור המערבים רק עירור של אלקטרון אחד ממצבו בים פרמי הרי שעירורים אלה <u>הפלסמונים</u> מערבים תנועה של כל האלקטרונים במערכת ולכן נקראים collective mode של המערכת. הפלסמונים הינם גלי צפיפות בגז האלקטרונים.





הפיזיקה של הפלסמונים: נתבונן בגבול $k=0$

גז האלקטרונים כולו נע מרחק d ביחס לרקע היוני

המטען בקצה: המטען הינו: $e n d A$

n: צפיפות האלקטרונים = צפיפות הרקע היוני

מחוק גאוס השדה שיוצר מטען זה

$$E = 4\pi e n d \Leftarrow A\cdot E = 4\pi e n d A$$

הכח הפועל על המטען האלקטרוני החופשי

המטען האלקטרוני הכולל

$$F = E\cdot Q = E(-enLA) = -4\pi e^2 n^2 d L A$$

$$M = mnLA$$

$$M\ddot{d} = F$$

$$\ddot{d} = -\frac{4\pi e^2 n}{m} d \Rightarrow d = d_0 e^{i\omega_p t}$$