

תורת BCS

1. חשבו את ערך התצפית  $\langle r^2 \rangle$  כאשר  $r$  הינו המרחק בין שני בני הזוג בבעיית Cooper. בטאו את התוצאה במונחי  $v_F$  ו  $\Delta$ . העריכו מתוך תוצאה זו את גודל זוג Cooper ב  $T = 0$  בעופרת.
2. הראו כי מצב BCS הינו מצב היסוד של המילטוניאן BCS : בדקו באופן מפורש שהאופרטורים  $\gamma_{0k}$  ו  $\gamma_{1k}$  מחסלים אותו.
3. חשבו את אנרגיית העיבוי (condensation energy) של מצב BCS, כלומר את ההפרש בין אנרגיית מצב היסוד של הפאזה הנורמאלית ושל הפאזה העל-מוליכה.
4. חשבו מתוך ה BCS gap equation את התנהגות הפער  $\Delta(T)$  בגבולות  $T \ll \Delta(0)$  ו  $T - T_c \ll T_c$ .
5. חשבו את קיבול החום הסגולי של העל-מוליך והראו כי ב  $T_c$  יש לו חוסר רציפות בגודל  $\Delta c$  כאשר  $\Delta c = 1.43c_n$  כש  $c_n$  הינו קיבול החום הסגולי של המערכת הנורמאלית מיד מעל ל  $T_c$ .
6. העל-מוליכים בטמפרטורות גבוהות מציגים d-wave superconductivity, כלומר פונקציית הגל של הזוג עוברת לעצמה עד כדי שינוי סימן תחת סבוב של תשעים מעלות. מודל פשוט המציג תופעה זו מתואר על ידי המילטוניאן mean-field הבא עבור אלקטרונים על סריג ריבועי דו-מימדי:

$$H = -t \sum_{\langle i,j \rangle, \sigma} [c_{i\sigma}^\dagger c_{j\sigma} + H.c.] - \mu \sum_{i, \sigma} c_{i\sigma}^\dagger c_{i\sigma} + \sum_{\langle i,j \rangle} [\Delta_{ij} (c_{i\uparrow}^\dagger c_{j\downarrow}^\dagger - c_{i\downarrow}^\dagger c_{j\uparrow}^\dagger) + H.c.]$$

כאשר  $\Delta_{ij}$  הינו פרמטר הסדר החי על הקשר בין השכנים הקרובים  $i$  ו  $j$ . המצב העל-מוליך האחיד עם סימטריית d-wave מאופיין על ידי  $\Delta_{ij} = \pm \Delta_0$  עבור שכנים קרובים (ואפס אחרת), כאשר הסימן החיובי מתאים לקשר אופקי והסימן השלילי לקשר אנכי.

- א. לכסנו את ההמילטוניאן ומצאו את האנרגיות העצמיות. הראו כי קיימות 4 נקודות על משטח פרמי בהן הפער האנרגטי וכן גם אנרגיות הערורים מתאפסים. חזרו על החישוב עבור המקרה  $\Delta_{ij} = \Delta_0$ . כיצד נראה הספקטרום כעת?
- ב. חשבו את צפיפות המצבים במקרה עם סימטריית d-wave. כיצד מתנהג קיבול החום הסגולי של על-מוליך כזה בטמפרטורות נמוכות?