במבודדים הפער האנרגטי בין פס הערכיות לפס ההולכה הינו מסדר גודל של מספר eV. כתוצאה מכך בטמפרטורת החדר ($k_BT \approx 0.025\,eV$) רק חלק קטן כאמור $e^{-\frac{E_g}{2k_BT}} \sim 10^{-35}$ (עבור $E_g = 4\,eV$) מאלקטרוני פס הערכיות מעוררים לפס ההולכה.

אם הפער האנרגטי קטן יותר לדוגמא $E_g \sim 0.25\,eV$ נקבל כי בטמפרטורת החדר כאחוז אחד מאלקטרוני פס הערכיות מעוררים לפס ההולכה. במקרה כזה החומר נקרא מוליך למחצה תרמית.
מוליכים למחצה הינם חומרים בהם מצב כזה מתקיים. בהם ב $T=0$ פס הערכיות מלא לחלוטין אך הפער אל פס ההולכה קטן מספיק כדי לעורר מספר משמעותי של אלקטרונים אליו בטמפרטורת החדר.

כמה נושאי מטען אלקטרונים בפס ההולכה וחורים בפס הערכיות נמצא בחומר כזה בטמפרטורה T ?

פס הולכה ε_c $\qquad$ $n_c = \int_{\varepsilon_c}^{\infty} d\varepsilon\, g_c(\varepsilon)\frac{1}{e^{\beta(\varepsilon-\mu)}+1}$ $\qquad$ צפיפות האלקטרונים בפס ההולכה

μ - - - - - - -

פס ערכיות ε_v $\qquad$ $p_v = \int_{-\infty}^{\varepsilon_v} d\varepsilon\, g_v(\varepsilon)\left(1-\frac{1}{e^{\beta(\varepsilon-\mu)}+1}\right)$ $\qquad$ צפיפות החורים בפס הערכיות

$$= \int_{-\infty}^{\varepsilon_v} d\varepsilon\, g_v(\varepsilon)\frac{1}{e^{\beta(\mu-\varepsilon)}+1}$$

נבחן את המקרה בו non-degenerate case : $\varepsilon_c-\mu,\ \mu-\varepsilon_v \gg k_BT$ בו נוכל לקרב את הפונקציות כמו $\frac{1}{e^{\beta(\varepsilon-\mu)}+1} \approx e^{-\beta(\varepsilon-\mu)}$ עבור $\varepsilon > \varepsilon_c$ ובאופן דומה עבור $\varepsilon < \varepsilon_v$ נקבל

$$n_c(T) = N_c(T)\,e^{-\beta(\varepsilon_c-\mu)} \quad ; \quad N_c(T) = \int_{\varepsilon_c} d\varepsilon\, g_c(\varepsilon)\,e^{-\beta(\varepsilon-\varepsilon_c)}$$

$$p_v(T) = P_v(T)\,e^{-\beta(\mu-\varepsilon_v)} \quad ; \quad P_v(T) = \int_{-\infty}^{\varepsilon_v} d\varepsilon\, g_v(\varepsilon)\,e^{-\beta(\varepsilon_v-\varepsilon)}$$

הגדלים שהם מכפלה כוללים את התלות בגורמי האקספוננט מאפיינים $N_c(T)$ ו $P_v(T)$ תלויים יותר חלש ב T לעומת התלות האקספוננציאלית בפקטורים המכפלים אותם ב $n_c(T)$ וב $p_v(T)$. הגדלים הפקטורים האקספוננציאליים אלה רק מצביעים הרחק k_BT מקצות הפסים תורמים נושאי מטען למערכת.

עכשיו נוכל לחשב את n_c ו p_v אך שניהם תלויים ב μ אך נשים לב כי התלות בו נעלמת במכפלה

$$n_c p_v = N_c P_v\, e^{-\beta(\varepsilon_c-\varepsilon_v)} = N_c P_v\, e^{-\beta E_g} \qquad \text{"law of mass action"}$$

בחומרים מוליכים נקיים ללא עזבונות הגורמים להבדל במספר נושאי מטען נוספים : intrinsic case נקבל ה

$$n_c(T) = p_v(T) \equiv n_i(T) \qquad \text{(i for "intrinsic")}$$

ונקבל

$$n_i(T) = (N_c P_v)^{1/2} e^{-\beta\frac{E_g}{2}}$$

אם נשתמש בתוצאה שקיבלנו עבור $n_c(T)$ נקבל

$$N_c e^{-\beta(\mathcal{E}_c-\mu)} = (N_c P_v)^{1/2} e^{-\beta\frac{E_g}{2}}$$

$$\Rightarrow \mu \equiv \mu_i = \mathcal{E}_v + \frac{1}{2}E_g + \frac{1}{2}k_BT \ln\left(\frac{P_v}{N_c}\right)$$

לכן כאשר $T \to 0$, μ נמצא בדיוק באמצע הפער האנרגטי וכל עוד האנרגיה גדולה ביחס ל k_BT נמצא אנו בתחום ה non-degeneracy.

במקרה בו זיהומים תורמים חלק משמעותי מאלקטרונים בפס ההולכה או החורים בפס הערכיות נקרא ה extrinsic case. במצב כזה

$$n_c - p_v \equiv \Delta n \neq 0$$

ה law of mass action עדיין שריר וקיים

$$n_c p_v = n_i^2$$

$$\Rightarrow \left.\begin{matrix} n_c \\ p_v \end{matrix}\right\} = \frac{1}{2}\left[(\Delta n)^2 + 4n_i^2\right]^{1/2} \pm \frac{1}{2}\Delta n$$

תוך שימוש בתוצאה שקיבלנו ל n_c ו p_v במקרה הכללי (לאו דווקא במצב אינטרינזי intrinsic case) אזי ניתן לרשום $p_v = e^{-\beta(\mu-\mu_i)} n_i$, $n_c = e^{\beta(\mu-\mu_i)} n_i$ כך שנקבל

$$\frac{\Delta n}{n_i} = 2\sinh\beta(\mu-\mu_i)$$

$\frac{\Delta n}{n_i}$ מבטא את השפעת הזיהומים באופן כמותי מאוד.

ראינו כי אם E_g גדול ביחס ל k_BT הפוטנציאל הכימי האינטרינזי μ_i מקיים את תנאי ה "non degeneracy". אם הזיהומים שמם יהיו קיימים אלא שיהיה אם כן Δn גדול בסדר גודל מהמספר האינטרינזי n_i μ יהיה קרוב ל μ_i ⇐ תנאי ה non-deg מתקיים אלא אם כן אנו ב extreme extrinsic limit $n_i \ll \Delta n$. שים לב גם כי

בגלל זה (מתוך המשוואה ל-n ו-p) אנו מוצאים שהמטען הוא בצפיפות ששווה למעשה ΔN ואלו הם רוב הנושאים בצפיפות הקטנה מפי בערך $\left(\frac{n_i}{\Delta n}\right)^2$. לכן כאשר הגבישים מספקים את רוב נושאי המטען רק אנו מתייחסים לזה כחומר ונוכל לסווג את החומר כ-n-type או p-type בהתאם לכך שאלקטרונים או חורים הם נושאי המטען הדומיננטיים.

מהו מקור המטענים הנוספים? - אלו הם אטומים זרים (מזהמים) המוכנסים לתוך הסריג המקורי. הללו יכולים לספק אלקטרונים נוספים לפס ההולכה - donors או חורים נוספים לפס הערכיות: acceptors

donors הינם אטומים עם ערכיות גבוהה מערכיות אטום הסריג המקורי. לדוגמא אטום ליון הגרמניום מטען +4 ועוד 4 אלקטרונים. ליון ארסן מטען +5 ועוד 5 אלקטרונים. ואם כן לאחר תאור אטומי יון ארסן בגביש גרמניום כמטען חיובי קבוע +1 ביחד עם אלקטרון נוסף הנודד לסריג דומה לסריג הגרמניום המקורי.

אנו מצפים כי האלקטרון יקשר למטען החיובי עם אנרגיה קשר. אם יון הארסן היה בחלל הריק אנרגית קשר זו (השווה לאנרגית היינון הראשונה של ארסן) היא 9.81 eV אלא שעבור היון המשובץ בגביש הגרמניום אנרגית הקשר קטנה בהרבה - משתי סיבות:

א. מטען החיובי מוקטן באופן אפקטיבי ע"י הקבוע הדיאלקטרי של הגרמניום ($\epsilon \approx 16$). בחומרים אחרים $\epsilon \sim 10\text{-}20$ אך יכול להגיע עד ל-100.

ב. האלקטרון הנוסף אינו חי בחלל אלא נע על פני הסריג. לכן המסה הקשור יורד ממסה בחלק בתחתית פס ההולכה ומסה האפקטיבית של אלקטרון זו נקבעת ע"י דקויות פס ההולכה בקירוב. המסה האפקטיבית הזו יכולה להיות קטנה בסדר גודל אחד או יותר ממסת האלקטרון החופשי.

כתוצאה מכך רדיוס המסלול הקשור הינו

$$r_0 = \frac{m}{m^*}\epsilon a_0 \approx 100\,\text{Å}$$

$\gg$ מקום חברים - (תשובה לקוואזיסטטיות הטיפול)

רדיוס בור ביון החופשי $\frac{\hbar^2}{me^2}$

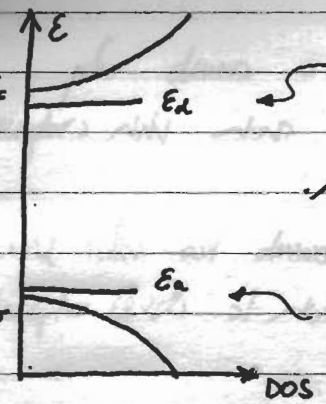
ואנרגית הקשר:

$$E = \frac{m^*}{m}\frac{1}{\epsilon^2}\cdot\frac{me^4}{2\hbar^2} \approx 0.0127\ \text{eV}$$

אנרגית הקשר של מצב היסוד ביון החופשי

באופן דומה ניתן להתייחס ל-acceptor כמטען קבוע $e-$ והמצב אחר למזהמת. ... שהראינו לעיל אנו מצפים שאנרגית הקשר של החור למטען השלילי הקבוע תהיה קטנה בהרבה מאנרגית הקשר של היון החופשי.

המסקנה החשובה ביותר היא שאנרגית הקשר של הרמות הקשורות הנוצרות ע"י המזהמים donors ו-acceptors ממוקמות מתחת לפס ההולכה ומעל פס הערכיות - באנרגיה הקטנה בהרבה מ-E_g.



האנרגיה של אלקטרון קשור ליון (+) donor :
האנרגיה שיש לשלם כדי להוציא אלקטרון מהרמה הקשורה
ולהביא לרמה עם אטום donor ו 0 אלקטרונים על הרמה העקרית.

האנרגיה של ~~אלקטרון~~ חור אינו קשור ליון (-) acceptor :
האנרגיה שיש לשלם כדי להוסיף אלקטרון לרמה הקשורה
ולהביא לרמה עם אטום acceptor ו 2 אלקטרונים על הרמה העקרית.

בגלל ש $E_g \gg E_c - E_d$, $E_a - E_v$ קל בהרבה לעורר אלקטרון לפס ההולכה מרמת donor או חור לפס הערכיות מרמת acceptor מאשר לעורר אלקטרון מפס הערכיות לפס ההולכה. לכן אלה אם כן רמות בטמפרטורות נמוכות מאוד, הם יהיו את מקור נושאי המטען העיקרי בהשוואה למקורות האינטרינזיים של עירור אלקטרונים על פני הפער האנרגטי.

מהו המספר הממוצע של אלקטרונים הקשורים ב donor states ?

$$\langle n\rangle = \frac{\sum_j N_j e^{-\beta(E_j-\mu N_j)}}{\sum_j e^{-\beta(E_j-\mu N_j)}} = \frac{0+\overset{\text{ספין}}{2}e^{-\beta(\varepsilon_d-\mu)}}{1+\underset{\text{ספין}}{2}e^{-\beta(\varepsilon_d-\mu)}}$$

מאחר כי לא ניתן לשים 2 אלקטרונים ברמת donor בגלל הדחייה הקולונבית ביניהם.

$$\Rightarrow n_d = \frac{N_d}{\frac{1}{2}e^{\beta(\varepsilon_d-\mu)}+1}$$

N_d: מספר ה donors

מהו המספר הממוצע של אלקטרונים הקשורים של אטום acceptor ?
כאשר לא נרשה מצב בו אין אלקטרון על האטום - יש שני חורים - בגלל הדחייה האלקטרוסטטית ביניהם.
נקרא לאנרגיה של המצב עם אלקטרון אחד על ה acceptor 0 ראינו כי כדי לשים אלקטרון נוסף ולהביא את המצב הקשור חור - יון acceptor יש לשלם ε_a $\Leftarrow$

המצב ה-יון קשור חור יש 2 אלקטרונים אחד על אטום ה-acceptor

$$\langle n\rangle = \frac{\overset{\text{ספין}}{2}e^{\beta\mu}+2e^{-\beta(\varepsilon_a-2\mu)}}{2e^{\beta\mu}+e^{-\beta(\varepsilon_a-2\mu)}} = \frac{e^{\beta(\mu-\varepsilon_a)}+1}{\frac{1}{2}e^{\beta(\mu-\varepsilon_a)}+1}$$

מספר החורים הקשורים ליוני acceptor הינו לכן

$$p_a = N_a(2-\langle n\rangle) = \frac{N_a}{\frac{1}{2}e^{\beta(\mu-\varepsilon_a)}+1}$$

N_a: מספר ה acceptors

נניח כי $N_d > N_a$ ב $T=0$ N_a מ N_d האלקטרונים המתוארים על ידי ה donors יכולים
לאכלס את כמות ה acceptor. נקבל לכן כי מצב היסוד במקרה זה פס הערכיות ומלא ה acceptor
מלאים מכמות N_d-N_a ה donors מלאים ופס ההולכה ריק.

ב $T\neq 0$ האכלוס ישתנה אך ברור כי מספר האלקטרונים ב donors levels ופס ההולכה n_c+n_d
שווה למספרם ב $T=0$: N_d-N_a בנוסף למספר החורים הקיימים בפס הערכיות וב acceptor levels:

$$n_c + n_d = N_d - N_a + p_v + p_a$$

* נניח כעת $E_d-\mu \gg k_BT$ ו $\mu-E_a \gg k_BT$ מכיוון ש E_d ו E_a קרובים לשפות
פס ההולכה והערכיות תנאי זה הינו שווה ערך למעשה לתנאי ל non degeneracy.
במצב זה נקבל מנוסחאות ל n_d ו p_a כי $n_d \ll N_d$, $p_a \ll N_a$:
רוב האטומים של המזהמים מיוננים - אינם מכילים עודפי האלקטרון של אלקטרון או חור. הללו עוברים
לפסי ההולכה והערכיות ⇐

$$\Delta n \equiv n_c - p_v = N_d - N_a$$

ונקבל

$$\left.\begin{matrix} n_c \\ p_v \end{matrix}\right\} = \frac{1}{2}\left[(N_d-N_a)^2 + 4n_i^2\right]^{1/2} \pm \frac{1}{2}(N_d-N_a)$$

$$\frac{N_d-N_a}{n_i} = 2\sinh\beta(\mu-\mu_i)$$

כל עוד $E_g > k_BT$ התנאי * מתקיים אלא אם כן μ רחוק מ μ_i על סקלה של k_BT
וזה מתרחש רק אם N_d-N_a גדול בסדרי גודל מ n_i. התוצאה שקולה לנוסחה לכן אם
נמצאים גם בתחום שנהוג לקרוא intrinsic $n_i \gg N_d-N_a$:

$$\left.\begin{matrix} n_c \\ p_v \end{matrix}\right\} \approx n_i \pm \frac{1}{2}(N_d-N_a)$$

ואם נמצאים ב extrinsic $n_i \ll N_d-N_a$

$$n_c \approx N_d - N_a$$

$$p_v \approx \frac{n_i^2}{N_d-N_a}$$

⇐ הרוב המוחלט של ה excess electrons עבר לפס ההולכה
וריכוז החורים בפס הערכיות קטן בהרבה.

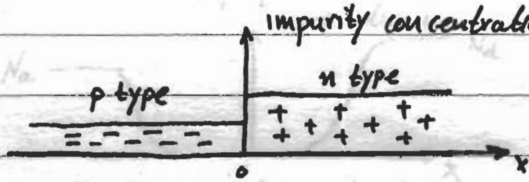
עבור המקרה $N_d < N_a$ נקבל

$$n_c \approx \frac{n_i^2}{N_a-N_d}$$

$$p_v \approx N_a - N_d$$

⇐ הרוב המוחלט של ה excess holes עבר לפס הערכיות
וריכוז האלקטרונים בפס ההולכה קטן בהרבה.

נתבונן כעת בהתקן שעומד מאחורי חלק נכבד מהאלקטרוניקה המודרנית: צומת P-N



כתוצאה מריכוז המטענים הלא אחיד הפוטנציאל האלקטרוסטטי במערכת $\phi(x)$ יהיה תלוי במקום. נניח כי הוא משתנה על פני סקלות ארוכות בהרבה מ λ_F כך שניתן לקרב את קצות פסי ההולכה והערכיות (וגם את רמות הטומאות) בסביבת נקודה x על ידי הזזה בגודל הפוטנציאל במקום $-e\phi(x)$. התוצאות אלה:

$$n_c(x) = N_c(T)\, e^{-\beta(\varepsilon_c - e\phi(x) - \mu)}$$

$$p_v(x) = P(T)\, e^{-\beta(\mu - \varepsilon_v + e\phi(x))}$$

נבחן את המערכת (הגבישית) הרחק מהצומת באזורי המטענים "מיוננים":

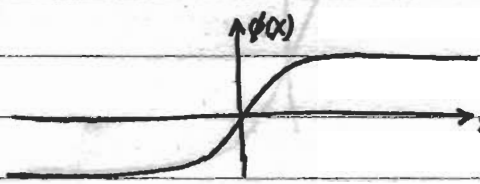
$$N_d = n_c(\infty) = N_c(T)\, e^{-\beta(\varepsilon_c - e(\phi(\infty) - \mu)}$$

$$N_a = p_v(-\infty) = P_v(T)\, e^{-\beta(\mu - \varepsilon_v + e\phi(-\infty))}$$

$$\Rightarrow \quad e\phi(\infty) - e\phi(-\infty) = E_g + k_B T \ln \underbrace{\left(\frac{N_a N_d}{N_c P_v}\right)}_{<1}$$

כך שצפיפות המטען הכוללת $\rho(x) = e\left[N_d(x) - N_a(x) - n_c(x) + p_v(x)\right]$ שווה אפס רק בקצוות הצומת.

בפתרון נומרי נקבל עבור $\phi(x)$

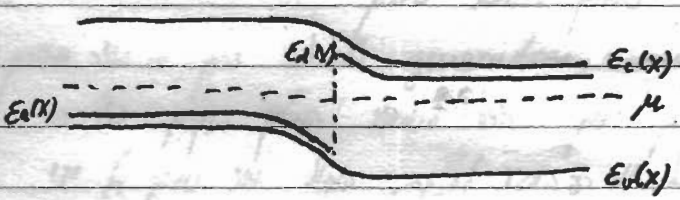


את שינוי רמת המטענים מיוננים לחלוטין גם בסביבת הצומת. זה הקירוב נכון מכיוון ש $\phi(x)$ משנה את $\varepsilon_d, \varepsilon_a$ ו μ בסביבה זו ובכך הופכת ל n_d ו p_a לקטנים עוד יותר

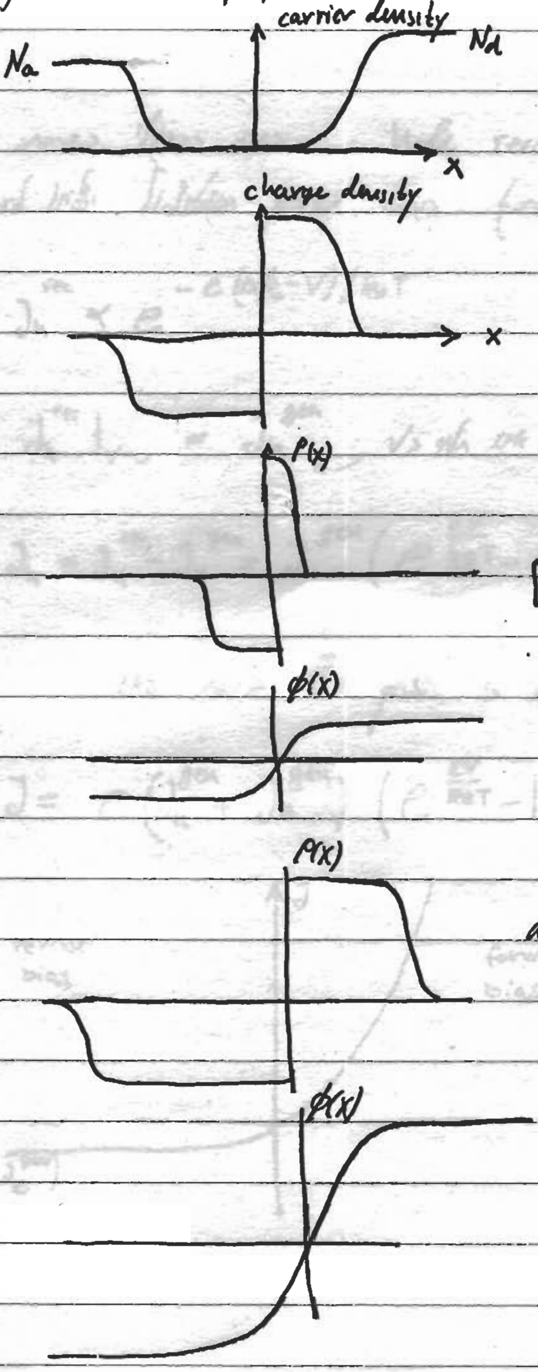
ואם נגדיר את רמות האנרגיה "הלוקליות"

$\varepsilon_c(x) = \varepsilon_c - e\phi(x)$ $\qquad$ $\varepsilon_d(x) = \varepsilon_d - e\phi(x)$

$\varepsilon_v(x) = \varepsilon_c - e\phi(x)$ $\qquad$ $\varepsilon_a(x) = \varepsilon_a - e\phi(x)$

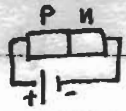


כתוצאה מהתעקמות פס ההולכה והערכיות בסביבת הצומת ריכוז נושאי המטען שם קטן ואזור נשאר עם צפיפות מטען שונה מאפס באזור זה:

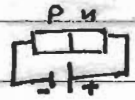


אזור זה נקרא ה "depletion layer"

הסיבה להיווצרות המטען: מכיון שריכוז נושאי המטען השולטים נמוך בסביבה הזו. ה"n" של הצומת הם מקבלים דונורים אבל בצד ה"p" כתוצאה מכך נשאר יותר מטען חשמלי השדה שנוצר מתנגד לתנועה זו ועוצר בו את מעבר אחרי רגע. מקבלים צומת מאוזן עבור נושאי המטען הרובים "הנודדים" בתוך ה"p" של הצומת.



אם נחבר כעת את הצומת במתח "קדמי" $V>0$ השדה החיצוני יפעל כנגד השדה המובנה ב depletion layer זה יקטן וכך גם הפרש הפוטנציאל בין שני חלקי הצומת



לצומת נחבר כעת מתח אחורי $V<0$ השדה החשמלי החיצוני יפעל עם השדה המובנה ב dep. layer זה יגדל ואיתו גם הפוטנציאל בין שני חלקי הצומת:

מהו הזרם העובר בצומת מאוזנת שכזו?

הזרם יפעל כרגע התנועה מאלקטרונים הנודדים מצד ה n לצד ה p וחורים הנודדים בכיוון ההפוך. גם כל אחד מזרמים אלה מורכב משני רכיבים הפוכים לצומת באיזון:

1. זרם חורים מצד ה n לצד ה p : hole generation current. זרם זה נוצר מחורים הנוצרים תרמית בצד ה n - לאחר שנוצרים זרם בגלל נושאי המטען הנוצרים בצד זה- האלקטרונים הם מולכים ממקום חשוב מכיון שכל חור כזה המגיע לסביבת הגבול מיד נמשך על ידי

השדה החשמלי שם לצד ה"p" של הצומת. זרם זה אינו תלוי לכן במפל המתח לאורך ה-depletion layer
מכיון שכל חור מסוג זה זורם אותה מיד.

2. זרם חורים מצד p לצד n: hole recombination current. השדה החשמלי בסביבת הגבול בא נגד למעשה זרם שכזה. רק חורים שלהם אנרגיה (תרמית) גבוהה מהמחסום הפוטנציאל יוכלו לעבור
מספר חורים זה פרופורציוני ל $e^{-\frac{e\Delta\phi}{k_BT}}$ ולכן

$$J_h^{rec} \propto e^{-e(\Delta\phi_0 - V)/k_BT}$$

$\Delta\phi_0$: מפל המתח על הצומת כאשר $V=0$

מכיון שעבור $V=0$ אין זרם בצומת עבור e

$$J_h^{rec}\big|_{V=0} = J_h^{gen}$$

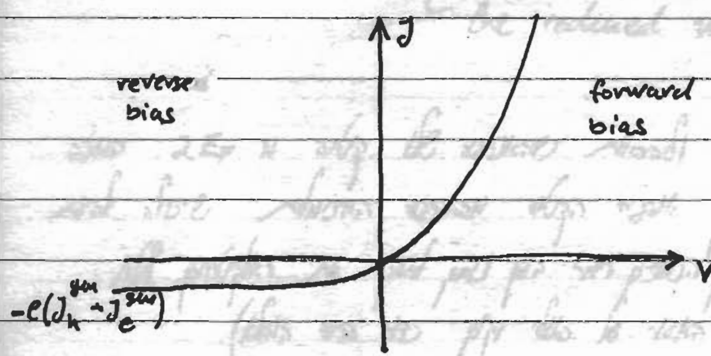
אינו תלוי ב-V

וזרם החורים הכללי בצומת הוא

$$J_h = J_h^{rec} - J_h^{gen} = J_h^{gen}\left(e^{\frac{eV}{k_BT}} - 1\right)$$

טיפול דומה קיים עבור זרמי האלקטרונים בצומת ונקבל כי הזרם הכללי בצומת הינו

$$J = e\left(J_h^{gen} + J_e^{gen}\right)\left(e^{\frac{eV}{k_BT}} - 1\right)$$



קיבלנו הרגע את אופיין של דיודה