

מכניקה סטטיסטית א' - תרגיל בית מספר 3

מועד הגשה: יום ה' 21.01.10

1. א. חשבו את קיבול החום של פרמגנט אטומי בעל תנע זייתי כולל $J > 0$, תנע זייתי אורביטלי L וספין S במצב היסוד, הנתון להשפעת שדה מגנטי חיצוני H , תחת ההנחה שהטמפרטורה והסחת האנרגיה בגלל השדה המגנטי קטנים ביחס למבנה הדק של רמת היסוד. ב. חשבו את המגנט וקיבול החום של פרמגנט בתנאים של הסעיף הקודם בעזרת מכניקה סטטיסטית קלאסית. לשם כך התייחסו לגודל \vec{m} שמופיע בהמילטוניאן כוקטור בעל אורך $|m| = g\beta J(J+1)$ הם גורם לנדה, ומגנטון בוהר (בהתאמה) וכיוון שרירותי. מהם התנאים הדרושים כדי שהקירוב יהיה תקף? ג. חשבו את הסוספטיביליות של פרמגנט בתנאים של סעיף א' פרט לכך שהטמפרטורה גבוהה ביחס למבנה הדק של רמת היסוד.

2. חשבו את הפיצול ברמות האנרגיה בגלל אינטראקציה החילוף של מערכת של שני אטומי מימן ברמת היסוד שמונחים במרחק קבוע a הגדול ביחס לרדיוס בוהר.

3. א. חשבו את קיבול החום של שרשרת איזינג. ב. חשבו את התוחלת של מספר ה-domain walls בשרשרת איזינג (רמז: חפשו נצפה ששווה למספר ה-domain walls). ג. חשבו את האנרגיה החופשית של שרשרת איזינג שמורכבת מדימרים, כך שאינטראקציה החילוף בין מרכיבי הדימר היא J_1 והאינטראקציה בין דימרים היא J_2 (אינטראקציה פרומגנטית).

4. גז סריג (lattice gas) הוא מודל לגז עם אינטראקציות שבו המולקולות של הגז יכולות להימצא רק בנקודות הסריג, ובכל נקודת סריג יכולה להיות לכל היותר מולקולה אחת. אינטראקציה המשיכה קצרת הטווח מבתבטאת בהמילטוניאן

$$H = -U \sum_{\langle mn \rangle} k_n k_m \quad (1)$$

כאשר הסכום הוא על זוגות השכנים הקרובים בסריג, ו- k_n הוא מספר המולקולות בנקודה n (0 או 1). א. הראו שניתן למפות את מודל גז הסריג למודל איזינג, ובטאו את הלחץ והצפיפות של הגז באמצעות גדלים מגנטיים מתאימים. ב. חשבו את משוואת המצב של הגז בקירוב השדה הממוצע, ובפרט מצאו את עקומת שיווי המשקל גז-נוזל בקירוב זה.

5. מודל Potts הוא הכללה של מודל איזינג שבו ה"ספין" יכול לקבל $q \geq 2$ ערכים שונים, וההמילטוניאן הוא

$$H = -J \sum_{\langle mn \rangle} \delta(s_n, s_m) - H \sum_n \delta(s_n, 1) \quad (2)$$

($s_n = 1, \dots, q, J > 0$). הגדירו גודל שמכליל את המגנט, וחשבו את המגנט בעזרת קירוב השדה הממוצע. הראו שבקירוב השדה הממוצע יש מעבר פאזה כאשר $H = 0$, שמעבר הפאזה הוא מסדר ראשון כאשר $q \geq 3$, וחשבו את החום הכמוס במעבר במקרה זה.

6. הכלילו את תורת לנדאו כדי לתאר אוסף של מעברי פאזה רציפים שמרחשים על עקומה במישור PT , על-ידי כתיבת פוטנציאל גיבס בצורה $G(P, T, \eta)$, כאשר η הוא פרמטר הסדר. במסגרת תורת לנדאו מצאו קשר בין אי הרציפות בקיבול החום בשתי הפאזות, אי הרציפות בדחיסות האיזותרמית, ושיפוע עקומת שיווי המשקל במישור PT .