

FREUNDLICH Jonathan

T.I.P.E. 2006 – La dualité en sciences

L'influence de l'étude de la lumière dans la mise en place par la théorie de la relativité restreinte d'une nouvelle conception de l'espace et du temps

L'influence de l'étude de la lumière dans la mise en place par la théorie de la relativité restreinte d'une nouvelle conception de l'espace et du temps

Les théories scientifiques tentent de rendre compte des relations observées entre les phénomènes afin d'en apporter une compréhension plus approfondie et plus exacte. Une théorie scientifique est alors souvent amenée à interpréter les phénomènes comme des manifestations d'entités ou de processus théoriques dont elle fait l'hypothèse. Lorsque les implications d'une théorie sont vérifiées presque systématiquement, les hypothèses fondamentales dont découle cette théorie ont tendance à devenir pour nous une représentation adéquate de certains aspects du monde physique, dont la remise en cause ne se fait pas sans peine.

Ainsi, la mécanique classique fondée par Newton s'appuie sur une conception spécifique de l'espace et du temps : l'espace est homogène, isotrope, infini et continu, tandis que le temps s'écoule de manière absolue et indifférente aux phénomènes. Si cette conception de l'espace et du temps nous semble naturelle, il n'en reste pas moins que ce n'est qu'une hypothèse. La mécanique classique repose essentiellement sur l'existence de référentiels privilégiés, les référentiels galiléens, permettant de décrire les phénomènes physiques de façon équivalente. Au XIX<sup>ème</sup> siècle, la mécanique de Newton est une théorie dont les implications sont bien vérifiées et qui semble bien établie. Néanmoins, l'étude de la lumière et le développement de l'électromagnétisme vont peu à peu s'avérer incompatibles avec cette théorie, nécessitant de reconsidérer certaines de ses hypothèses de base. En particulier, les travaux d'Henri Poincaré (1854-1912) et d'Albert Einstein (1879-1955) aboutissent en 1905 à la formulation par ce dernier de la théorie de la relativité restreinte. Tout en conservant le caractère privilégié des référentiels galiléens, la relativité restreinte remet en cause les notions mêmes d'espace et de temps telles qu'elles étaient conçues auparavant, en introduisant la notion plus générale d'espace-temps, laquelle rend compte de l'interdépendance du temps et de l'espace.

## I/ Espace et temps absolus en mécanique classique

### 1.1. Comment envisager l'espace et le temps ?

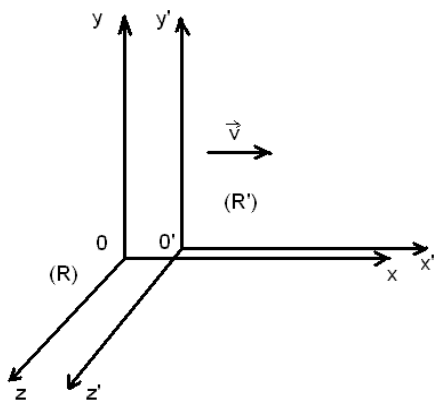
On distingue généralement deux approches de l'espace : un espace vécu, subjectif, lié à nos états intérieurs, et un espace plus abstrait qui serait le cadre de nos perceptions et de nos mouvements. De même, à partir d'un temps intérieur que nous percevons intuitivement dans la succession de nos états de conscience, nous sommes amenés à imaginer un temps plus universel. Nous passons ainsi d'un espace et d'un temps intuitifs à une construction plus générale, qui serait le cadre de nos actions, tout en traitant le temps séparément de l'espace, conscients de son caractère anisotrope et de la difficulté qu'il y a de définir l'instant, qui nous « échappe » sans cesse.

Néanmoins, espace et temps sont liés, notamment par la notion de causalité : pour qu'un événement puisse agir sur un autre, il est nécessaire que l'information issue du premier événement ait le temps de parvenir au lieu du deuxième avant que celui-ci se produise. D'ailleurs, c'est bien souvent à l'aide de paramètres spatiaux (aiguilles d'une horloge) que l'on mesure les intervalles de temps, un mouvement spatial nous permettant d'apprécier les intervalles de temps.

### 1.2. L'espace et le temps en mécanique classique

L'espace euclidien est apparu historiquement comme une traduction adéquate de notre perception intuitive de l'espace. Celui-ci est homogène, isotrope, infini et continu. Lorsqu'il pose en 1685 les bases de la mécanique classique, présentée comme l'étude des mouvements (spatiaux) des corps en fonction du temps, Isaac Newton (1642-1727) présuppose l'existence d'un espace euclidien et d'un temps universel et absolu, tous deux sans relation à rien d'extérieur.

Le référentiel par rapport auquel sont définies les grandeurs physiques n'est qu'un intermédiaire, tandis que les phénomènes physiques possèdent un caractère « intrinsèque ». Aussi, la mécanique newtonienne s'appuie sur une classe privilégiée de référentiels, les référentiels galiléens, dont le mouvement ne peut pas être détecté par l'observateur qui s'y trouve. Afin de rendre compte de l'équivalence des différents référentiels galiléens pour décrire les phénomènes physiques, il est nécessaire de posséder des formules permettant de passer d'un référentiel galiléen à un autre.



Les formules cherchées sont les formules de transformation de Galilée, qui s'écrivent, dans le cas de deux référentiels **(R)** et **(R')** en mouvement relatif à la vitesse  $v$  suivant l'axe des  $x$ , de la manière suivante :

$$\begin{cases} x' = x - vt \\ y' = y \\ z' = z \end{cases}$$

Le temps étant universel, celui de **(R')** ne se distingue pas de celui de **(R)** :

$$t' = t$$

## II/ Le problème de la lumière

### 2.1. Mesure de la vitesse de la lumière

C'est Galilée (1564-1642) qui émet le premier l'hypothèse selon laquelle la lumière se propagerait à vitesse finie, résultat définitivement acquis grâce à l'astronome danois Olaüs Römer qui proposa en 1676 une détermination de cette vitesse par une méthode astronomique. Au XIX<sup>ième</sup> siècle, les travaux de Young et Fresnel, inspirés de ceux de Huygens (1629-1695), privilégient une approche ondulatoire de la lumière, tandis que Maxwell développe sa théorie de l'électromagnétisme. Au cours du XIX<sup>ième</sup> siècle, les expériences de mesure de la vitesse de la lumière aboutissent à l'établissement de données expérimentales précises, qui vont s'avérer indispensables à l'élaboration de la théorie de la relativité restreinte.

Il est aujourd'hui possible de « mesurer » la vitesse de la lumière de manière plus simple, notamment à l'aide de photodiodes. J'ai ainsi pu réaliser une mesure au sein de mon lycée, en utilisant un appareil Leybold de mesure de la vitesse de la lumière. Le mètre étant désormais fixé à partir de la vitesse de la lumière, cette mesure constitue en toute rigueur une mesure du mètre. Nous nous plaçons néanmoins dans le cadre historique d'une mesure de la vitesse de la lumière, le mètre étant supposé correctement étalonné.

#### Principe de l'expérience

Dans l'appareil Leybold, une LED (**D1**) fonctionnant à l'aide d'un circuit oscillateur envoie de brèves impulsions lumineuses rouges. Après division du rayon par une lame semi-réfléchissante, l'un des rayons sert de référence, tandis que l'autre traverse l'ouverture latérale du boîtier et sert de rayon de mesure. Une lentille ( $f = 20$  cm) et un catadioptré, situé à une distance  $s/2$  de l'ouverture, permettent de renvoyer les rayons vers le boîtier et sur une diode réceptrice (**D2**) par l'intermédiaire de la séparatrice. Les impulsions lumineuses reçues sont alors converties en impulsions électriques, pouvant être représentées à l'oscilloscope (sortie **PULSES** de l'appareil). Celui-ci est synchronisé avec la diode émettrice (**D1**) par la sortie **TRIGGER** de l'appareil Leybold.

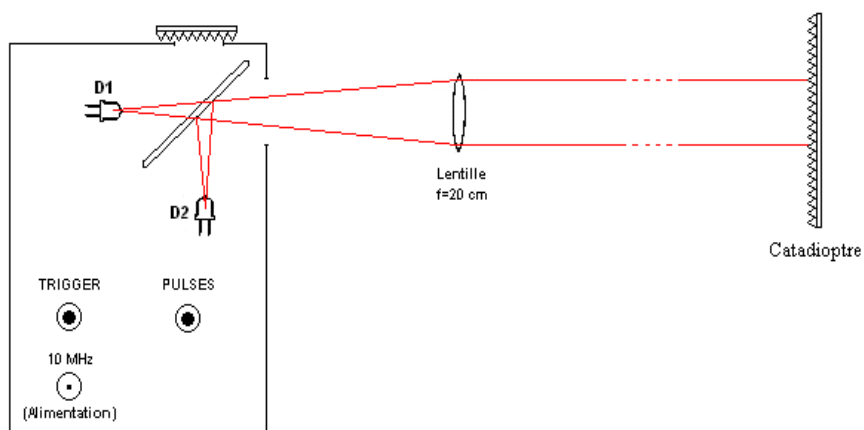


Figure 1: Schéma du dispositif expérimental

On déplace le catadioptré de  $Ds/2$ . Le chemin optique varie donc de  $Ds$  et le signal reçu à l'oscilloscope se décale de  $Dt$ .  $Ds/Dt$  est une estimation de la vitesse de la lumière.

## Résultats de l'expérience

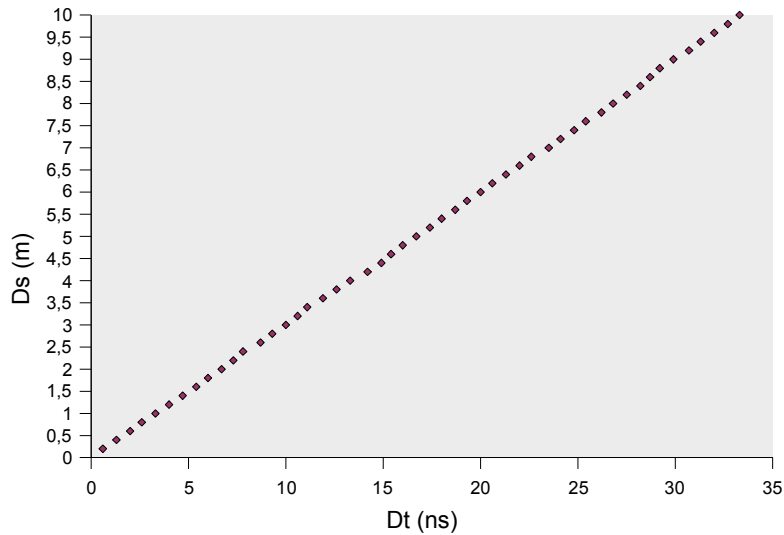


Figure 2: Résultats de l'expérience

On trouve en moyenne  $\overline{\left(\frac{Ds}{Dt}\right)} = 3,009063 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$

avec un écart type de  $\sigma = 5,360713 \cdot 10^6 \text{ m.s}^{-1}$

En considérant que la distribution a une forme approximativement normale et en assimilant l'écart type théorique comme étant celui de l'échantillon considéré, on a l'écart type sur la moyenne pour les  $n=50$  mesures :

$$\sigma_{\text{moyenne}} \approx \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{5,360713 \cdot 10^6}{\sqrt{50}} = 7,58119 \cdot 10^5 \text{ m.s}^{-1}$$

et

$$2\sigma_{\text{moyenne}} \approx 1,51624 \cdot 10^6 \text{ m.s}^{-1}$$

Avec plus de 95 % de confiance, on a donc expérimentalement :

$$c = 3,01 \pm 0,02 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$$

La valeur théorique étant  $c_{\text{air, théorique}} = 2,99704764 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$  dans l'air ( $n_{\text{air}} = 1,0002926$ ), on trouve un écart relatif par rapport à la valeur théorique :

$$\Delta c / c_{\text{théorique}} = 0,4 \%$$

La principale source d'erreur est l'appréciation des distances, ainsi que celle des intervalles de temps affichés à l'oscilloscope: le pic visualisé à l'oscilloscope correspondant au pulse lumineux a tendance à s'élargir par dispersion.

## 2.2. Incompatibilités entre l'électromagnétisme et la mécanique classique

Les lois de l'électromagnétisme, formulées par Maxwell, s'avèrent incompatibles avec la mécanique newtonienne. Ainsi, il est possible de montrer (voir en annexe) que les forces électromagnétiques ne sont pas invariantes par changement de référentiel galiléen. De plus, la théorie de Maxwell prévoit une célérité pour la propagation des ondes électromagnétiques dans le vide : à partir des équations de Maxwell dans le vide, on peut aboutir à une équation de d'Alembert faisant apparaître la célérité  $c$  telle que  $\epsilon_0 \mu_0 c^2 = 1$  où  $\epsilon_0$  et  $\mu_0$  sont des constantes caractéristiques du vide (indépendantes du référentiel choisi). Or une vitesse indépendante du référentiel choisi n'est pas compatible avec les transformations de Galilée.

### III/ Une nouvelle conception de l'espace-temps

#### 3.1. Prémises et postulats de la relativité restreinte

Si Henri Poincaré se détache le premier des notions d'espace et de temps absolus, c'est à Albert Einstein que revient la formulation de la théorie de la relativité restreinte. Cette nouvelle mécanique rejette l'éther, milieu postulé pour tenter d'accorder mécanique classique et électromagnétisme, ainsi que la conception d'un espace et d'un temps absolus. Elle est fondée sur deux postulats essentiels : l'invariance des lois de la physique (mécanique et électromagnétisme) dans un changement de référentiel galiléen et l'invariance de la vitesse de la lumière dans le vide.

#### 3.2. La transformation de Lorentz

Les formules de transformation de Lorentz permettent de passer des coordonnées d'un référentiel galiléen à un autre. Nous donnons ici leur expression dans le cas particulier d'un référentiel ( $\mathbf{R}'$ ) en translation à la vitesse  $v$  constante par rapport au référentiel galiléen ( $\mathbf{R}$ ) le long de son axe des  $x$ , comme indiqué sur la figure 4.

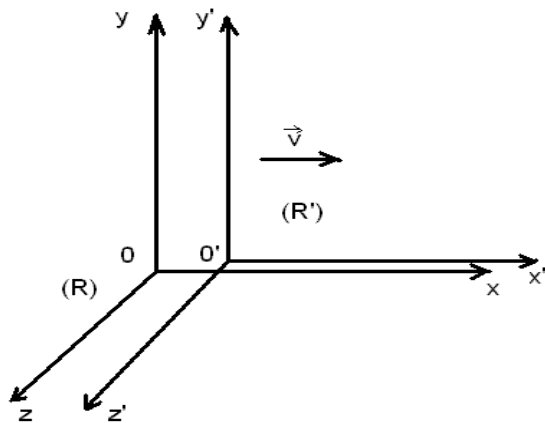


Figure 3: Translation rectiligne uniforme de ( $\mathbf{R}'$ ) par rapport à ( $\mathbf{R}$ )

En considérant les coordonnées  $x, y, z, t$  d'un évènement quelconque dans ( $\mathbf{R}$ ) et  $x', y', z', t'$  dans ( $\mathbf{R}'$ ), les formules de transformation de Lorentz s'écrivent :

$$\begin{cases} x' = \gamma(x - vt) \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \gamma(t - \frac{vx}{c^2}) \end{cases} \quad \text{avec} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

On remarque que pour des vitesses  $v$  telles que  $\frac{v}{c} \ll 1$ , on retrouve les transformations de Galilée.

Ces formules de transformation ont pour conséquence qu'une horloge liée à ( $\mathbf{R}'$ ) battant la seconde semble battre des intervalles de temps plus longs pour un observateur situé dans ( $\mathbf{R}$ ) (phénomène de « dilatation des temps »). Par contre, une règle de  $1\text{m}$  fixée le long de l'axe ( $\mathbf{O}'x'$ ) de ( $\mathbf{R}'$ ) semble mesurer pour un observateur situé dans ( $\mathbf{R}$ ) une longueur inférieure à  $1\text{m}$  (phénomène de « contraction des longueurs »).

### 3.3. Invariant relativiste et espace-temps de Poincaré-Minkowski

Tout comme on définit en géométrie euclidienne la distance entre deux lieux, on peut définir un invariant scalaire indépendant du référentiel choisi, c'est-à-dire indépendant du système de coordonnées d'espace et de temps choisi. Celui-ci s'écrit dans le référentiel (**R**) :

$$\Delta s^2 = \Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2 - c^2 \Delta t^2$$

On peut montrer que cette grandeur est invariante par une transformation de Lorentz.

Les transformations de Lorentz couplent les coordonnées spatiales et la coordonnée temporelle d'un événement. L'espace et le temps forment dès lors une entité plus générale, l'espace-temps, qui ressemble à un espace euclidien à quatre dimensions. Afin de rendre cette ressemblance évidente, on peut utiliser les coordonnées de Minkowski :

$$\begin{cases} x_1 = x \\ x_2 = y \\ x_3 = z \\ x_4 = i ct \end{cases} \text{ où } i \text{ désigne le nombre imaginaire tel que } i^2 = -1$$

L'invariant relativiste s'exprime alors comme une sorte de distance spatio-temporelle, mélangeant durée et distance :

$$\Delta s^2 = \Delta x_1^2 + \Delta x_2^2 + \Delta x_3^2 + \Delta x_4^2$$

Les quatre coordonnées décrivent alors un continuum à quatre dimensions, que Minkowski appelait « monde », le point-événement étant un « point du monde ».

### Conclusion

Si le temps était déjà une coordonnée essentielle pour le repérage des événements et de leur succession en mécanique newtonienne, la théorie de la relativité restreinte le fait intervenir au même titre que les coordonnées spatiales et de manière non indépendante de celles-ci. On parvient alors à la conception d'un continuum d'espace-temps à quatre dimensions, lieu des différents événements.

Au-delà de la théorie de la relativité restreinte, la théorie de la relativité générale, formulée par Albert Einstein en 1915, va envisager l'influence sur l'espace-temps de la matière qu'il contient, tout en élargissant la description des phénomènes physiques aux référentiels accélérés.

Mais si la description de l'espace et du temps en mécanique classique s'est avérée insuffisante pour décrire les phénomènes électromagnétiques, qu'en est-il de la valeur ontologique du concept d'espace-temps introduit par la relativité restreinte ? Et plus généralement, la Science est-elle une recherche ontologique de l'essence intime de l'univers, ou bien seulement une étude phénoménologique permettant de décrire de manière pertinente l'univers sans préjuger de son essence ?

## Bibliographie

- N. FAROUKI, *La Relativité*, Flammarion
- L. NOTTALE, *La Relativité dans tous ses états*, Hachette
- A. EINSTEIN, *La Relativité*, Petite Bibliothèque Payot
- ENCYCLOPAEDIA UNIVERSALIS, « Espace-temps »
- [www.astrosurf.org](http://www.astrosurf.org)
- M. HULIN, N. HULIN, L. MOUSSELIN, *Relativité Restreinte Cours, exercices et problèmes résolus*, Dunod
- H. POINCARÉ, Note à l'académie des Sciences « Sur la Dynamique de l'électron »
- H. BERGSON, *Durée et Simultanéité*, PUF, pp. 1-67
- J.-P. AUFFRAY, *Einstein et Poincaré*, Le Pommier
- C. MAGNAN, *La Nature sans Foi ni Loi*, Ed. l'Harmattan
- J. RUSS, *Nouvel Abrégé de Philosophie*, Ed. Armand Colin
- C. HEMPEL, *Eléments d'épistémologie*, Ed. Armand Colin, pp. 109-131, « Théories et explications théoriques »



## Annexes

## Annexe 1 : Mesures historiques de la vitesse de la lumière

### ➤ Olaüs Römer (1644-1710) en 1676

Io, satellite de Jupiter, disparaît de notre vue quand il entre dans la zone d'ombre de Jupiter (immersion) et réapparaît lorsqu'il en sort (émersion). Pour une position de Jupiter donnée, on ne peut observer de la Terre que l'immersion ou l'émersion, mais pas les deux phénomènes. A partir de la durée de l'éclipse de Io, Römer voulait déterminer la période de révolution du satellite autour de Jupiter. Il constata que le résultat variait en fonction de la position de la Terre au moment de l'observation, ce qui est en contradiction avec les lois de Kepler qui stipulent que la période de révolution est constante pour le satellite. : Plus longue lorsque Jupiter s'éloigne de la Terre, elle est plus courte lorsque Jupiter se rapproche de la Terre. Römer tint compte du temps de parcours de la lumière entre Io et la Terre (l'astronome Cassini avait déjà envisagé cette explication en 1675).

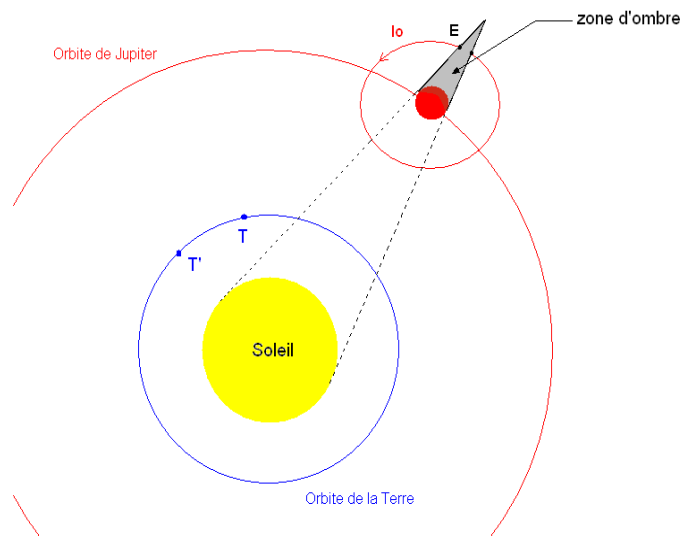


Figure 6: Expérience de Römer

Supposons la Terre en T, où l'on observe l'émersion de Io, c'est-à-dire sa sortie de l'ombre en E. Puis après une période de révolution de Io autour de Jupiter après, soit environ 42,5 heures après, la Terre se situe en T' et l'on peut observer une nouvelle émersion. Néanmoins, on observe un retard à l'émersion, comme la distance Terre-Jupiter a été augmentée entre T et T'.

Römer trouve  $c = 2120000 \text{ km.s}^{-1}$ , ce qui correspond à une erreur de 29 % par rapport à la valeur théorique actuelle, erreur due en partie à l'imprécision de l'époque sur le rayon de la Terre. L'idée selon laquelle la lumière se propage à une vitesse finie est néanmoins acquise : en septembre 1676, Römer annonce à l'Académie des Sciences que l'éclipse du satellite Io de Jupiter, prévue pour le 9 novembre suivant, se produira avec exactement dix minutes de retard, ce qui fut confirmé par les observations.

### ➤ Hippolyte Fizeau (1819-1896) en 1849

Fizeau utilise un dispositif comportant une roue dentée et deux miroirs, dont un semi-réfléchissant. La roue est mise en rotation, une source de lumière est réfléchi par le premier miroir, franchit une échancrure de la roue, se réfléchit sur le second miroir et parvient à l'observateur après un parcours de longueur  $2d$  à la vitesse de la lumière, que l'on souhaite déterminer. On fixe la vitesse de rotation de la roue de manière que la lumière revienne par l'échancrure de la roue par laquelle elle est déjà passée, à la limite de la situation où le rayon lumineux rencontre une dent (et où l'on n'observe alors aucun rayon lumineux).

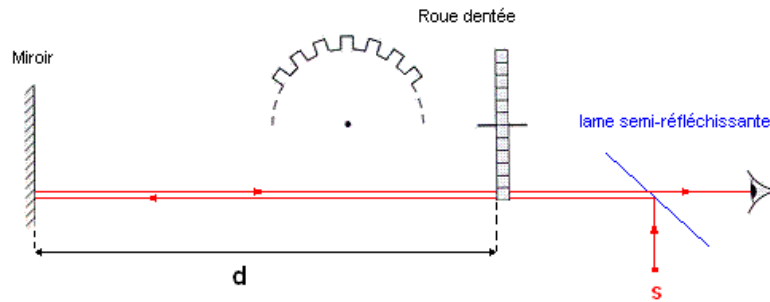


Figure 7: Expérience de Fizeau

Fizeau fait son expérience entre Montmartre et le Mont Valérien, à Suresnes, distants de  $d=8633\text{m}$ . La roue possède une vitesse de rotation de  $v = 12,6$  tours par seconde, et possède 720 dents et 720 échancrures.

Soit  $t$  le temps d'aller et retour de la lumière à la vitesse  $c$ .

$$t = \frac{2d}{c} = \frac{2 \cdot 8633}{c}$$

Le disque possède  $2 \times 720$  secteurs angulaires de valeur

$$\alpha = \frac{2 \cdot \pi}{2 \cdot 720} \text{ rad}$$

La vitesse angulaire du disque est  $\omega = 2\pi \times 12,6 \text{ rad.s}^{-1}$

Pendant l'aller-retour de la lumière, l'échancrure a tourné de l'angle  $\alpha$  à la vitesse  $\omega$  pendant le temps  $t$ .

$$\text{D'où } t = \frac{\alpha}{\omega} = \frac{1}{2 \times 720 \times 12,6}$$

On en déduit  $c = 3,13 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$  (écart relatif par rapport à la valeur théorique actuelle : 4,4 %)

➤ **Léon Foucault** (vers 1850)

Le dispositif utilisé par Léon Foucault (1819-1868) s'appuie sur un miroir tournant (400 tours par seconde), mis en mouvement par une turbine à gaz. On envoie la lumière issue d'une source intense sur le miroir tournant qui la réfléchit vers un dispositif formé de miroirs concaves fixes permettant de renvoyer la lumière dans le sens inverse de son arrivée. La lumière revient sur le miroir tournant après avoir parcouru une distance totale de 20 mètres, et on observe cette lumière grâce à une lame semi-réfléchissante. Lorsque la vitesse de rotation du miroir tournant est suffisamment grande, on ne peut plus négliger la durée du parcours de la lumière : le miroir aura légèrement tourné lorsque la lumière aura fait un aller-retour, d'où une déviation du rayon lumineux, observée dans un viseur.

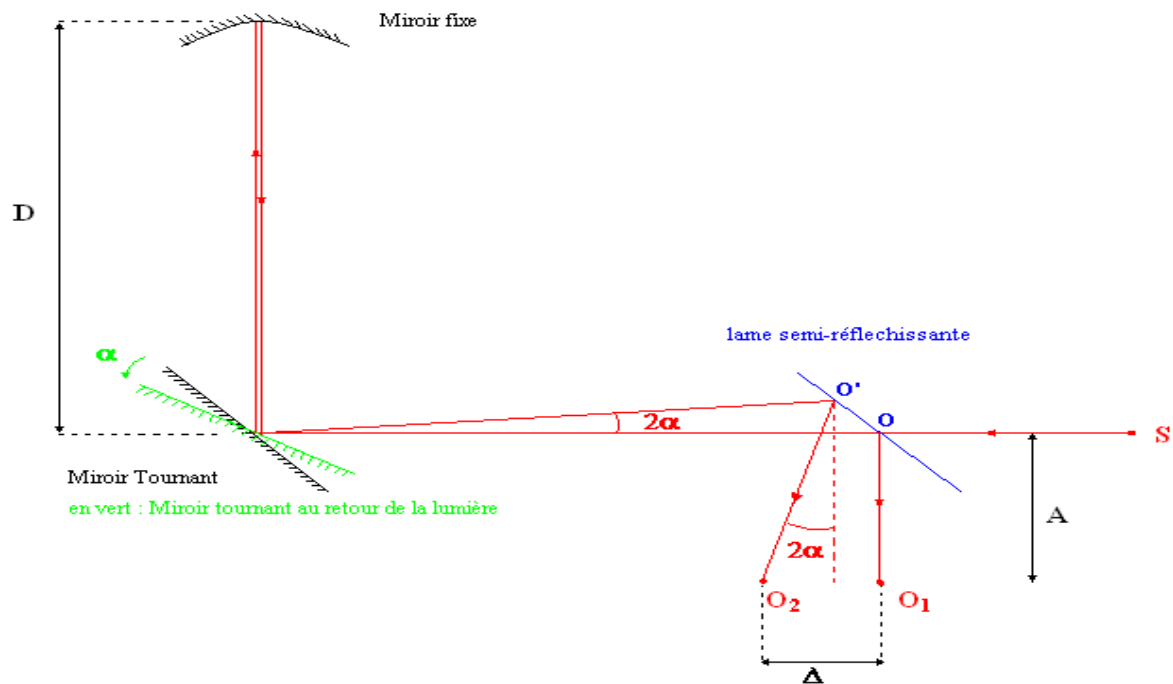


Figure 8: Expérience de Foucault

On note  $\omega$  la vitesse de rotation du miroir, et  $t$  le temps de parcours par la lumière de la distance  $2D$  à la vitesse  $c$ .  $O_1$  est l'image de la source sur un écran lorsque le miroir est immobile,  $O_2$  lorsque le miroir tourne à la vitesse  $\omega$ .  $\Delta$  est la distance entre ces deux points,  $A$  la distance entre la lame semi-réfléchissante et l'écran.

On a  $c = 4AD \frac{\omega}{\Delta}$

En effet, soit  $\alpha$  est l'angle de la rotation effectuée par le miroir tournant durant  $t$ . En supposant que  $\alpha$  est petit, on peut confondre les points  $O$  et  $O'$  :

$$\Delta = A * 2\alpha$$

De plus,  $t = \frac{2D}{c}$

Donc  $\alpha = \omega * t = \frac{\omega * 2D}{c}$  et  $\Delta = A * 2\omega \frac{2D}{c}$  d'où  $c = 4AD \frac{\omega}{\Delta}$

Application numérique

$\omega = 400 * 2\pi = 2543 \text{ rad.s}^{-1}$

$D = 20 \text{ m}$

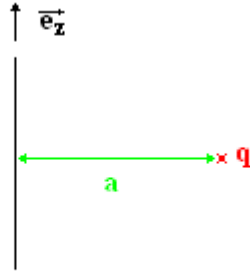
$A = 0,2 \text{ m}$

$\Delta = 1,35 \cdot 10^{-3} \text{ m}$

On trouve  $c = 2,98 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$ , ce qui est la vitesse trouvée par Foucault (écart relatif par rapport à la valeur théorique actuelle : 0,6 %)

## Annexe 2 : Non invariance galiléenne de la Force

On considère une charge  $q$  au repos dans un référentiel  $(\mathbf{R})$  et un fil de densité linéique de charge  $\lambda$ .



Fil de densité linéique de charge  $\lambda$ .

Figure 9: Charge  $q$  au repos et fil

- dans  $(\mathbf{R})$ , la force électrique agissant sur  $q$  a pour expression:

$$\vec{f} = \frac{\lambda q}{2\pi\epsilon_0 a} \vec{e}_r$$

où  $a$  est la distance de  $q$  au fil, en utilisant les coordonnées sphériques usuelles.

- On considère un repère  $(\mathbf{R}')$  en translation à la vitesse  $-v\vec{e}_z$

Les charges se meuvent à la vitesse opposée. Avec le théorème de Gauss, on a donc une force électrique identique à celle observée dans  $(\mathbf{R})$

$$\vec{f}'_e = \vec{f}$$

Mais il apparaît aussi un champ magnétique qui influe sur la charge  $q$  : d'où la force magnétique

$$\vec{f}'_m = \frac{-q\mu_0\lambda v^2}{2\pi a} \vec{e}_r$$

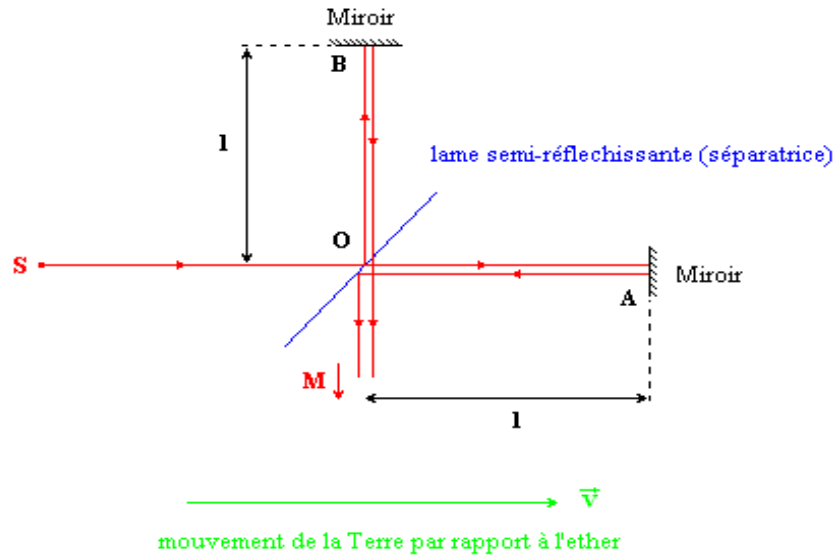
La force résultante dans  $(\mathbf{R}')$  est donc finalement

$$\begin{aligned} \vec{f}' &= \vec{f}'_e + \vec{f}'_m \\ &= \frac{\lambda q}{2\pi\epsilon_0 a} \vec{e}_r - \frac{\mu_0 q \lambda v^2}{2\pi a} \vec{e}_r \\ &= \frac{\lambda q}{2\pi\epsilon_0 a} (1 - \epsilon_0\mu_0 v^2) \vec{e}_r \\ \vec{f}' &= \frac{\lambda q}{2\pi\epsilon_0 a} \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) \vec{e}_r \end{aligned}$$

On ne retrouve pas l'invariance galiléenne de la force.

### Annexe 3 : L'expérience de Michelson-Morley

Compte tenu des incompatibilités entre électromagnétisme et mécanique classique, les physiciens envisagèrent alors l'éther comme référentiel privilégié où les équations de Maxwell (expérimentalement bien vérifiées) seraient valables. La Terre étant supposée en mouvement par rapport à l'éther, il devait être possible de détecter le mouvement relatif de la Terre par rapport à l'éther : la vitesse de la lumière serait alors différente suivant que la mesure est effectuée dans le sens du mouvement de la Terre dans l'éther ou non. Albert Michelson (1852-1931) et Edward Morley mirent au point un instrument de mesure pour tenter de détecter la différence de vitesse des rayons lumineux : l'interféromètre qu'on appelle aujourd'hui interféromètre de Michelson.



*Figure 10: L'expérience de Michelson-Morley*

Les longueurs OA et OB sont égales : En supposant que l'appareil est entraîné dans le mouvement de la Terre par rapport à l'éther, les trajets des deux rayons doivent être différents suivant l'orientation du dispositif, et les franges d'interférences seront modifiées suivant l'orientation du dispositif. Cette expérience fut réalisée maintes fois sans observer le résultat escompté, bien que les conditions de précision fussent largement suffisantes.

#### Trajet de O en A

La vitesse de la lumière par rapport à l'appareil est  $c-v$ . Le temps de parcours est donc  $\frac{l}{c-v}$

#### Trajet de A à O

La vitesse par rapport à l'appareil est  $c+v$ , le temps de parcours  $\frac{l}{c+v}$

Le temps de l'aller-retour OA-AO est donc  $\frac{l}{c+v} + \frac{l}{c-v} = \frac{2l}{c(1-v^2/c^2)}$

#### Trajet de O à B puis de B à O

la lumière se meut à la vitesse  $c$  et le dispositif à une vitesse  $v$  dans une direction perpendiculaire,

d'où la vitesse relative au dispositif  $\sqrt{c^2 - v^2}$  et la durée du parcours  $\frac{2l}{\sqrt{c^2 - v^2}}$

## Annexe 4 : Démonstration des formules de transformation de Lorentz

On considère un évènement quelconque. Dans le référentiel galiléen  $(R)$ , cet évènement est repéré dans l'espace par ses coordonnées cartésiennes  $x, y, z$  et dans le temps par une valeur de temps  $t$ . On considère un autre référentiel  $(R')$  en translation uniforme à la vitesse  $v$  par rapport à  $(R)$  dans lequel l'évènement considéré est repéré dans l'espace et dans le temps par les coordonnées  $x', y', z', t'$ . On se ramène au cas où cette translation s'effectue selon l'axe des  $x$  et on choisit comme « évènement zéro » la coïncidence entre les deux repères à  $t = t' = 0$ .

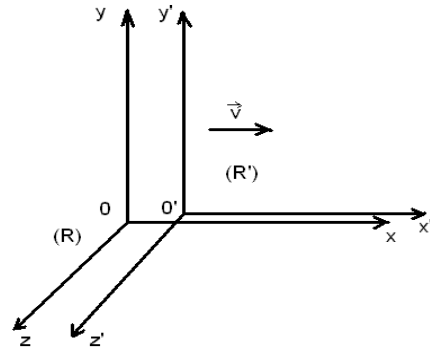


Figure 11:  $(R')$  en translation par rapport à  $(R)$

On cherche des relations entre les deux systèmes de coordonnées  $x, y, z, t$  et  $x', y', z', t'$ . Afin de respecter les propriétés d'homogénéité de l'espace et du temps, les formules cherchées doivent être linéaires :

$$\begin{cases} x' = a_1 x + b_1 y + c_1 z + d_1 t \\ y' = a_2 x + b_2 y + c_2 z + d_2 t \\ z' = a_3 x + b_3 y + c_3 z + d_3 t \\ t' = a_4 x + b_4 y + c_4 z + d_4 t \end{cases}$$

### 1/ Considérations Géométriques

- Montrons tout d'abord que  $x'$  et  $t'$  ne dépendent que de  $x$  et  $t$

On a  $x' = a_1 x + b_1 y + c_1 z + d_1 t$

Par rotation autour de  $(Ox)$  ou  $(O'x')$ ,  $y$  et  $z$  se transforment, contrairement à  $x$  et  $t$ .

Par rotation de  $\pi/2$  :  $x' = a_1 x + b_1 z - c_1 y + d_1 t$  et  $(b_1 + c_1)y = (b_1 - c_1)z$  pour tout couple  $(y, z)$

Par rotation de  $-\pi/2$  :  $x' = a_1 x - b_1 z + c_1 y + d_1 t$  et  $(b_1 - c_1)y = -(b_1 + c_1)z$  pour tout couple  $(y, z)$

Par conséquent  $(b_1 + c_1)^2 + (b_1 - c_1)^2 = 0$  et  $b_1 = c_1 = 0$  d'où  $x' = a_1 x + d_1 t$

De même  $t' = a_4 x + d_4 t$ , et comme les coefficients dépendants *a priori* de  $v$ .

$$\begin{cases} x' = a_1(v)x + d_1(v)t \\ t' = a_4(v)x + d_4(v)t \end{cases} \quad (1.1)$$

- Montrons ensuite que  $y'$  ne dépend que de  $y$  et  $z'$  que de  $z$

On a  $y' = a_2 x + b_2 y + c_2 z + d_2 t$

Par rotation de  $\pi/2$  autour de  $(Ox)$ , cette relation devient  $z' = a_2 x + b_2 z - c_2 y + d_2 t$

Par symétrie par rapport au plan  $(xOy)$ , on obtient  $y' = a_2 x + b_2 y - c_2 z + d_2 t$

et  $-z' = a_2 x - b_2 z - c_2 y + d_2 t$

En identifiant les différentes expressions de  $y'$ ,  $c_2 z = -c_2 z$  pour tout  $z$ , d'où  $c_2 = 0$

En identifiant les différentes expressions de  $z'$ ,  $a_2 = d_2 = 0$

Et il vient alors

$$\begin{cases} y' = a_2 x + b_2 y + d_2 t \\ z' = b_2 z \end{cases}$$

Or les directions Oy (O'y') et Oz (O'z') sont équivalentes, donc il est nécessaire d'avoir des relations semblables, et comme les coefficients dépendent *a priori* de  $v$ ,

$$\begin{cases} y' = a(v) y \\ z' = a(v) z \end{cases} \quad (1.2)$$

On a donc finalement

$$\boxed{\begin{cases} x' = a_1(v)x + d_1(v)t \\ t' = a_4(v)x + d_4(v)t \\ y' = a(v) y \\ z' = a(v) z \end{cases}} \quad (1.3)$$

## 2/ Transformation de $x$ et de $t$

$x'$  et  $t'$  dépendent linéairement de  $x$  et  $t$ .

- On considère le mouvement de l'origine (O') de (R') dans le référentiel (R):

$$x' = 0 \Leftrightarrow x - vt = 0 \quad \text{d'où : } x' = a_1(v)(x - vt) \\ \mathbf{x}' = \gamma(v)(\mathbf{x} - \mathbf{vt}) \quad \text{en notant } \gamma(v) = a_1(v)$$

- De manière symétrique pour le mouvement de (O) ( $x=0$ ) dans (R') :

$$-v = \frac{x'}{t'} = \frac{-\gamma(v)vt}{d_4(v)t} = -v \frac{\gamma(v)}{d_4(v)} \quad \text{d'où } d_4(v) = \gamma(v)$$

On a donc

$$\begin{cases} x' = \gamma(v)(x - vt) \\ t' = \gamma(v)t + a_4(v)x \end{cases} \quad (2.1)$$

- On considère l'invariance de la vitesse de la lumière dans le vide pour la propagation d'un photon le long de l'axe des  $x$  émis à  $t = t' = 0$  :

$$x - ct = 0 \quad \text{et} \quad x' - ct' = 0$$

avec (2.1),

$$x' - ct' = \gamma(v)(x - vt) - c[\gamma(v)t + a_4(v)x] \\ x' - ct' = \gamma(v)(x - ct) - v[\gamma(v)t + \frac{c}{v} a_4(v)x]$$

d'où

$$0 = -v[\gamma(v)t + \frac{c}{v} a_4(v)x] \quad \text{avec } x - ct = x' - ct' = 0$$

$$\gamma(v)t + \frac{c}{v} a_4(v)ct = 0$$

$$\gamma(v) + \frac{c^2}{v} a_4(v) = 0$$

$$a_4(v) = \frac{-v}{c^2} \gamma(v)$$

Par conséquent

$$\begin{cases} x' = \gamma(v)(x - vt) \\ t' = \gamma(v)(t - \frac{v}{c^2} x) \end{cases} \quad (2.2)$$



- **(R)** est en mouvement par rapport à **(R')** à la vitesse  $-v$  suivant l'axe des  $x$ , donc  $\mathbf{x} = \gamma(v) (\mathbf{x}' + \mathbf{vt}')$

ce qui donne avec (2.2)  $x = \gamma^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) x$

$$1 = \gamma^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (2.3)$$

### 3/ Transformation de y et de z

- Considérons un photon se propageant depuis O ( $t=0$ ) suivant l'axe (Oy) de (R)  
Dans (R') on a :

$$\begin{cases} x' = -\gamma(v) vt = -\gamma(v) v \frac{y}{c} \\ y' = a(v) y \\ z' = 0 \\ t' = \gamma(v) t = \gamma(v) \frac{y}{c} \end{cases}$$

comme à  $t = 0$ , les origines des deux référentiels coïncident, à l'instant  $t'$ , le photon a parcouru dans (R') la distance  $ct'$ , telle que  $\mathbf{x}'^2 + \mathbf{y}'^2 + \mathbf{z}'^2 = \mathbf{c}^2 \mathbf{t}'^2$

d'où  $\gamma^2(v) \frac{v^2}{c^2} + a^2(v) = \gamma^2(v)$

$$a^2(v) = \gamma^2(v) \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) = 1 \quad (3.1)$$

On obtient alors les transformations de Lorentz :

$$\boxed{\begin{cases} x' = \gamma(x - vt) \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \gamma\left(t - \frac{vx}{c^2}\right) \end{cases} \quad \text{avec} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

## Annexe 5 : Influence de la transformation de Lorentz sur les longueurs et le temps

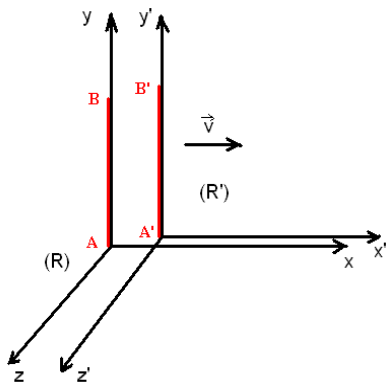
### ◆ « Dilatation du temps »

Considérons une horloge marquant les intervalles de temps  $t_0$  au repos dans le référentiel  $(R')$  et située en  $O'$ . Soient  $t'=0$  et  $t'=t_0$  deux battements successifs de cette horloge.

Dans  $(R)$ , ces battements correspondent à  $t=0$  et  $t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} > t_0$

Les intervalles de temps mesurés dans  $(R')$  paraissent plus grands vus de  $(R)$  : c'est le phénomène de « dilatation du temps ».

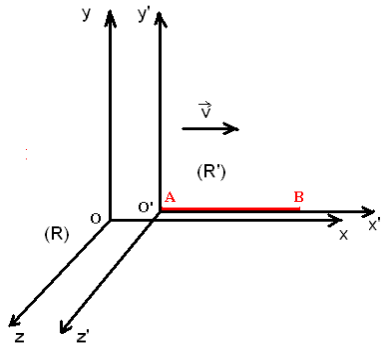
### ◆ Comportement des règles perpendiculaires à leur vitesse relative



On place une règle de longueur  $x_0$  (mesurée au repos) :  $A'B'$  se mouvant à la vitesse  $\vec{v}$  perpendiculaire à elle-même par rapport au référentiel  $(R)$

Comme les grandeurs perpendiculaires au mouvement ne sont pas modifiées par la transformation de Lorentz, cette règle apparaît mesurer la même longueur dans le référentiel  $(R)$ .

### ◆ « Contraction des longueurs »



On place une règle  $AB$  de longueur  $x_0$  (mesurée au repos) sur l'axe  $(O'x')$  de  $(R')$  de sorte que  $x'(A)=0$  et  $x'(B)=x_0$  ( $A$  coïncide avec  $O'$ )

On mesure la longueur de la règle au temps  $t=0$  dans  $(R)$  lorsque  $O$  et  $O'$  coïncident. On déduit les coordonnées de cette règle des formules de Lorentz :

$$\begin{cases} x(A)=0 \\ x(B)=x_0 * \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \end{cases}$$

Vue du référentiel  $(R)$ , la règle semble donc mesurer  $x_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} < x_0$  : la règle en mouvement semble plus courte que la règle au repos.