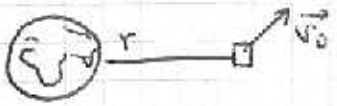
- חוק בגלים
- תנועה

חוקי שימור (1) (שימור תנע)

בעיה טיפוסית במכניקה והצורך בחוק שימור



לוין נמצא במרחק r מכוכב
עם מהירות התחלתית $\vec{v}_0$.
מהו המסלול $\vec{r} = \vec{r}(t)$.
פתרון למצא מסלול המקיים

$$m\ddot{\vec{r}} = \vec{F} = -\frac{mM_E G_N}{r^2}\hat{r}$$

לא

$$\ddot{\vec{r}}(t) = -\frac{G_N M_E}{r^2(t)}\hat{r}(t)$$

ולפתור המשוואה.

אם הבעיה המסוימת הזו נפתרה בהמשך הקורס זאת לא תמיד המצב.
באופן כללי ולרוב נתמקד הקורס במכניקה בפתרון בעיות
נמוכות יותר (זה מגיע לחסרון הטיפול).
אין פתרון כללי המתאים לכל כוח $F=F(\vec{r},\dot{\vec{r}},t)$
הטוב ביותר הוא שלנו "הפרדה משתנים במשוואות הדיפרנציאליות"
אלה ולמדו הלקבה הקורס מכניקה רגילה. שלב א' פורש
פיתוח כלים הדרים נוספים ובמקרים הדרים נוכל למצוא פתרונות
המלאים כשולים ומשוואות יותר.
אחרי הדיון כך, אולי נמשיך, ושעדיין לנו לפתח את משוואות
התנועה הן חוקי שימור.

מהו אינטגרל שמור

אינטגרל שמור, כפי שמו מרמז אינו מתייחס לאורך התנועה של
המערכת, ובמרבית יכולו בכל זמן שהוא לאורך ההתפתחות:

$$\frac{d}{dt}C = 0 \Rightarrow C = \text{const}$$

קבוע הנתון תלוי בזמן

מכיוון שכך הוא לא מיצג תנועה, גם אם חלקיק על נפלל בפתרון.

2 בשאלות מדברות מחי יומיים: סעיפים המוגדרים מכל לכל שונה על נפחו.

• בגוף שמסתה שווה לאפס שאר החלק בדומה משנים בין הזוויות, הרי שפונים – חלק הדומה נשאר קבוע

חלק שישי הרצה

נתון המערכת עם n חלקיקים עם מסות m_i $1 \le i \le n$ ומהירות $\vec{v}_i$, לפיכך מגדיר $\vec{p}_i = m_i \vec{v}_i$ נגדיר את הכוח (הכולל) של המערכת

$$\vec{P} = \sum_{i=1}^{n} \vec{p}_i = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + \dots + m_n\vec{v}_n$$

נבדוק: המערכת סגורה חיצונית (בפרט זרמה מערכת מבודדת)

$$\dot{\vec{P}} = 0.$$

נמשיך

$$\dot{\vec{P}} = \sum_{i=1}^{n} \dot{\vec{p}}_i = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i =$$

חלק II

אך נתון

$$\vec{F}_i = \sum_{j \neq i} \vec{F}_{ij} + \vec{F}_{i,x}$$

$\vec{F}_{ij}$ הוא הכוח שמופעל על חלקיק i ע"י חלקיק j

$\vec{F}_{i,x}$ הוא כוח חיצוני המופעל על חלקיק i.

נמשיך

$$\dot{\vec{P}} = \sum_{i=1}^{n} \left(\sum_{j \neq i} \vec{F}_{ij} + \vec{F}_{i,x} \right)$$

אבל $\vec{F}_{ij} = -\vec{F}_{ji}$ חוק 3

$$\dot{\vec{P}} = \sum_{i} \vec{F}_{i,x} \equiv \vec{F}_x$$

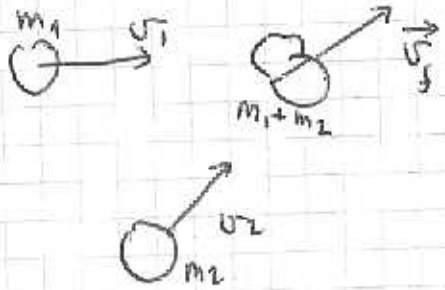
נגדיר $\vec{F}_x$

בכל, אם הכח החיצוני שפועל קבוע:

$$\boxed{\vec{P} = 0}$$

(הוכחה על תוך III).

"שלב 1: התנגשות פלסטית"



תוך שימוש בחוק $\vec{v}_f$ (אין לנו לדעת מהו את הכוחות הפנימיים)

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = \vec{P}_i = \vec{P}_f = (m_1+m_2)\vec{v}_f$$

initial final

$$\boxed{\vec{v}_f = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{m_1+m_2}} \Leftarrow$$

דוגמא א

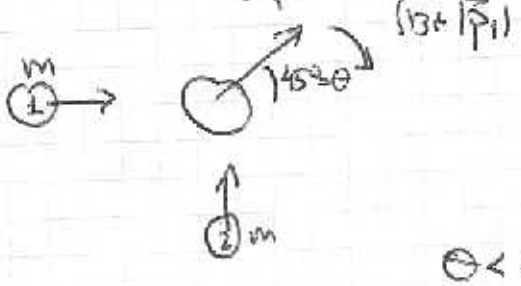
אם שני המהירויות שווות ⇐ $\vec{v}_f = 0$.

דוגמא ב "המטוס המשאית"

$$v_f = \frac{4mv - mv}{5m} = \frac{3}{5}v$$

לכיוון שמאל.

דוגמא ג



אם $|\vec{P}_1| = |\vec{P}_2|$

אז $\theta = 45^\circ$

אם $|\vec{P}_1| > |\vec{P}_2|$ אז $\theta < 45^\circ$

ולהפך אם $|\vec{P}_2| > |\vec{P}_1|$ אז $\theta > 45^\circ$.

מהם המאמצים בהתנגשות?

נפתח את השוויון הנכון לגוף 1:

$$\vec{F}\Delta t \underset{\text{חוק 2}}{=} \Delta\vec{p}_1 = m_1\vec{v}_f - m_1\vec{v}_i$$

אנו יודעים את $\Delta\vec{p}_1$, לפיכך אנו יודעים את המכפלה $\vec{F}\Delta t$ אבל לא כל אחד בנפרד:

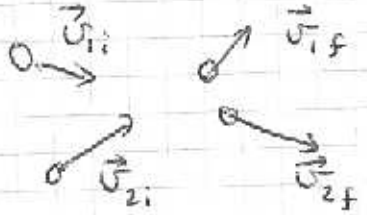
Δt יכול היה להיות למשל $0.1s$ או $0.2s$.

נוסף למכפלה שם מיוחד $\vec{F}\Delta t \equiv \Delta\vec{p} =:$ מתקף Impact

יחידות $[\text{מתקף}] = [\text{תנע}] = MLT^{-1}$.

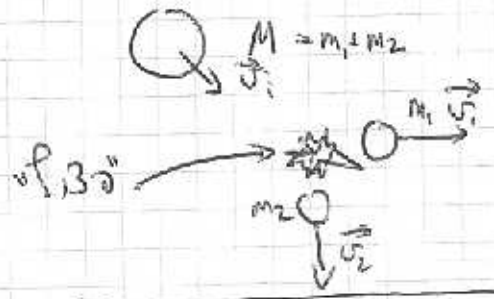
בדוגמא: הגדלנו ב לגוף המתקף שהוחלף הוא $4m\left(v-\frac{3}{5}v\right) = \frac{8}{5}mv = m\left(v+\frac{3}{5}v\right)$.

הערה: ישנן שתי התנגשויות לא פלסטיות



נמשיך בהמשך.

יישום 2 רתיעה



$$\boxed{M\vec{v}_1 = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}$$

שאל לב: יחס בין הגוף בצמן לא התרשמות הפלסטים "לחתל לא הפרט אחורה".

דוגמא 1 אסטרונאוט ופצים

אסטרונאוט בחלל פס קל (ום בוד) מרחק מהחללית במהירות 0.5 מ'/ש לאחר שארגה אלונד הר נקרא חבל הזיון שלו. בידו פצים 5 קג.

לאיזה כיוון עלו לפצלו?

באיזה מהירות בדיוק עלו?

המהירות הבאלית היא כו שעלה לא האסטרונאוט לפיכך

$$M\vec{v}_1 = \underbrace{m_1\vec{v}_1}_{\text{פצים}} + \underbrace{\cancel{m_2\vec{v}_2}}_{\text{אסטרונאוט}}$$

$$v_1 = \frac{M}{m}v_1 = \frac{90}{5}\cdot 0.5 = 9\ m/s \Leftarrow$$

כלי המהירות המשית $v_R = 9 - 0.5 = 8.5\ m/s$

דוגמא 2 מטקות חלל לשיגור

אסטרונאוטים משמקים מטקות חלל ומלק כבר כך מוא לים המצ הרחק מן הטיל

נשמן את המהירות היחסית הנרבית אין הכוונה לכבור ל v_R. זה לאנו מהירות יחסית מרבית ויצא האסטרונאוטים?

בהנה, אם האסטרונאוטים בוחרים, זה לאיזה מהירות יצא כל אחד?

דוגמא 3 - טיל

טיל מאוץ ע"י פליטת מסה בקצב $\dot{m}$ (מסה לזמן) במהירות יחסית v_R.
מהי התאוצה?

באופן דומה הטיל נמצא במנוחה (בלבד עד שהתחיל דלק שבא מהרגע הטיל בראש כב)

$$0 = p_i = p_f = m\,dv - dm\,v_R$$

$$dm = \dot{m}\,dt$$

$$dv = a\,dt$$

לאחר הנעה של הטיל אחרי $(m-dm)\,dv \simeq m\,dv$ בקירוב בסדר גדול אמיתי.

$$0 = ma - \dot{m}\,v_R$$

$$\boxed{a = \frac{\dot{m}}{m}\,v_R}$$

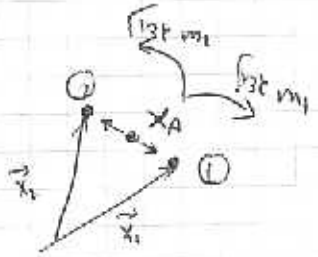
דיון:
- יחידות (בדקו!)
- אילו גורמים המנוע ואילו גורמים סביר?

מרכז המסה

לאוסף מערכת חלקיקים משמעותם

$$\boxed{\vec{X}_{cm} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} m_i}\left(\sum_{i=1}^{n} m_i\,\vec{x}_i\right)}$$

cm ≡ center of mass



כאן מאוזן משקל (זה משקלים) של $\vec{x}_i$.
למשל אם יש שני חלקיקים ב $\vec{x}_1, \vec{x}_2$
אם $m_1 = m_2 = m$ אז נקבל מאוזן מאזן

$$\vec{X}_{A,cm} = \frac{1}{2}(\vec{x}_1 + \vec{x}_2)$$

אם אחד המסות גדול יותר $\vec{X}_{cm}$ יתקרב יותר לעבר הקרוב המסה אל $\vec{x}_1$! $\vec{x}_2$.

למשל בגבול כו $m_1 \gg m_2$ $\vec{X}_{cm} = \vec{x}_1$

מהגדרה נקבל כי (מהירות קבוצה)

$$\dot{\vec{X}}_{cm} = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{n} m_i \vec{v}_i = \frac{1}{M}\vec{P}$$

כאשר $M = \sum_{i=1}^{n} m_i$

לעומת

$$\boxed{\vec{P} = M\dot{\vec{X}}_{cm}}$$

הגוף הכולל כל המהירות ברכיב הישר x המסה הכולל

לפיכך

$$M\ddot{\vec{X}}_{cm} = \dot{\vec{P}} = F_x$$

הכוח שאינו חיצוני

ובאשר אין כוחות חיצוניים

$$\dot{\vec{X}}_{cm} = const$$